Švietimo Ministerijos
Knygų Leidimo Komisijos leidinys

Prof. V. ČEPINSKIS

FIZIKOS PASKAITOS

I skyrius

MECHANIKA



Kaunas :-: :-: :-: :-: :-: :-: :-: :-: :-: :-: :-: :-: :-: :-: 1923

K. NARKEVIČIAUS ir V. ATKOČIŪNO SPAUSTUVĖ
Kaune, Maironio g-vė 14 Nr.

Prakalba.

Žymiai padidėjus pastaraisiais laikais mūsų krašte augštesniųjų mokyklų skaičiui ir pagaliau įsikūrus Lietuvos Universitetui, reikalas vadovėlių iš įvairių mokslo šakų pasidarė ypatingai opus. Taigi vienas iš svarbiausių Lietuvos Universiteto uždavinių gaminti tokius vadovėlius. Patiekiamas čia mechanikos kursas sudaro pirmą skyrių eksperimentalinės fizikos kurso, kuris dėstomas studentams pirmųjų semestrų matematikos - gamtos, technikos ir medicinos fakultetų. Toksai fizikos kursas sudaro iš vienos pusės pamatą tolimesniam studijavimui kitų gamtos mokslų, iš kitos gi pusės supažindina su tais fizikos principais ir dėsniais ir su tais jos metodais, be kurių negalimas įsigilinimas į svarbias ne tik mokslo srityje, bet ir paprastam gyvenime specialinės fizikos šakas, kaip termodinamika, elektrooptika, radiacija ir radioaktyvumas ir pagaliau relatyvumo teorija Taigi toksai fizikos kursas savo programa, savo objektu mažai kuo skiriasi nuo kurso, dėstomo augštesniųjų mokyklų vyresnėse klasėse, remdamas daugiausia savo išvadas eksperimentais ir vartodamas matematikos metodą augštesniosios mokyklos kurso ribose. Skirtumas reiškiasi tik tuo, kad turint omeny didesnį universiteto jaunimo proto subrendimą, universiteto eksperimentalinės fizikos kurse abstraktinis elementas vaidina didesnį vaidmenį, suteikdamas galimumo apimti pagrindinius fizikos reiškinius platesniu žvilgsniu ir labiau įsigilinti į tų reiškinių esmę. Išeinant iš tokių samprotavimų, eksperimentalinės fizikos kursas autoriaus rašomas taip, kad jis iš vienos pusės patenkintų visus reikalavimus universiteto studentų augščiau nurodyta prasme, o iš kitos pusės būtų prieinamas ir suprantamas augštesniųjų mokyklų vyresniųjų klasių auklėtiniams, su ta pastaba, kad mokytojai padėtų auklėtiniams suprasti kai kurias sunkesnes fizikos problemas, šitame kurse paliestas.

Ir šiandien dar fizikoje viešpatauja mechanistinis nusistatymas, nepaisant triukšmo del naujos mechanikos, sąryšy su relatyvumo teorija. Bet pagrindai tos naujos mechanikos išdygo elektromagnetizmo srityje, o ta sritis išsivystė remiantis senos klasinės mechanikos principais ir metodais. Autoriaus nuomone, naujoji mechanika tik papildo, praplečia ir apibendrina klasinės mechanikos dėsnius, ir todel ilgus laikus dar mechanistinis nusistatymas viešpataus fizikoje. Taigi mechanikos skyrius sudaro ir ateity sudarys tikrą pagrindą kitiems fizikos skyriams, ir rimtas fizikos studijavimas, autoriaus nuomone, negalimas be susipažinimo su mechanikos pagrindais.

Kai del vertės patiekiamo čia mechanikos kurso, apie tai galima bus kalbėti, kada apie jį išsitars žinovai kritikai. Prieš įteikiant jį Švietimo Ministerijos Knygų Leidimo Komisijai, tas kursas buvo peržiūrėtas ir apsvarstytas tam tikros specialistų komisijos, paskirtos matematikos - gamtos fakulteto. Komisija teigiamai įvertino šitą kursą, pareikalavo tik, kad kalba būtų šiek tiek ištaisyta. Šitą darbą atliko p. Dabušis, vienas iš jaunesniųjų mūsų kalbos žinovų.

Autorius laiko savo priederme išreikšti čia nuoširdžią padėką ponui Lietuvos Respublikos Švietimo Ministeriui Prof. P. Juodakiui už jo užuojautą ir už visas jo pastangas, padarytas tam, kad mechanikos kursas būtų atspausdintas kuo greičiausiai. Pagaliau autorius dėkoja ir p. Dabušiui už mechanikos kurso ištaisymą kalbos atžvilgiu.

1923 m. balandžio 29 d.
Kaunas.

V. Čepinskis
Lietuvos Universiteto
Fizikos Profesorius.

Įžanga.

I §. Erdvė ir fiziniai kūnai.

Priprastas mums pasaulio vaizdas—tai begalinė erdvė, kurioje išmėtyta daugybė įvairių įvairiausių kūnų. Mes matome aplink save žvaigždes, saulę su jos palydovais, mėnulį, žemę ir visa tai, kas ant žemės yra. Apie visus tuos daiktus mes gauname žinią per mūsų jutimų organus: akis, ausis, nosį, odą, raumenis (muskulus). Pavyzdžiui, akys suteikia mums žinią apie ąžuolo spalvą, jo formą ir didumą; raumenų jutimas apie jo kietumą ir jo paviršiaus šiurkštumą. Lytėjimo jutimas kartu su raumenų jutimu papildo mūsų žinias apie ąžuolo formą ir didumą. Be to, tas pats lytėjimo organas, būtent, odos paviršius, duoda mums supratimą apie tai, ar ąžuolas šiltas ar šaltas. Žodžiu sakant, ąžuolo vaizdas yra mums ne kas kita, kaip kompleksas visos eilės elementarinių įspūdžių, kuriuos mes įgyjame per jutimų organus. Taigi visi tokie daiktai, kurie tiesiog veikia mūsų jutimų organus, vadinasi fiziniai kūnai. Kalbant apie bendras visiems fiziniams kūnams savybes, pirmų pirmiausia tenka pabrėžti šios dvi:

1) kiekvienas kūnas užima didesnę arba mažesnę erdvės dalį;

2) kiekvienas kūnas reiškia pasipriešinimą kiekvienai pastangai pakeisti jo padėtį arba stovį.

Mūsų pačių kūno judėjimai ir raumeninės jėgos nuo pat mūsų sąmonės atbudimo įskiepija mums instinktyvų įsitikinimą, kad kur tik mes susiduriame su kūnu, tai visuomet susitiksime su pasipriešinimu, jei norime pakeisti jo padėtį, arba stovį. Abstraguodami nuo kūnų įvairenybes, mes sakome, kad tos dvi pagrindinės savybės charakterizuoja materiją, kuri išpildo erdvę, taip kad kiekvienas kūnas yra tik erdvės dalis materijos išpildyta.

2 §. Gamtos reiškiniai.

Nupieštas čia kūnų, arba materijos, pasaulis nėra sustingęs, bet jojo pavidalas, povyza nuolat mainosi. «Παντα ρει»—visa kas sravi, teka, bėga, kinta, yra išsitaręs apie šitą materialinį, arba fizinį, pasaulį graikų filozofas Heracleitus. Mūsų jutimų organai įtikina mus, kad kūnai maino savo vietas erdvėje. Jie juda, kruta, svyruoja, sukasi, jie čia artinasi, čia tolinasi nuo vienas kito. Jų lytis (forma), spalva, temperatūra, didumas irgi mainosi. Visas fizinių kūnų padėties, arba stovio, atmainas, apie kurias mes gauname tiesioginių arba netiesioginių žinių per mūsų jutimų organus, mes vadiname gamtos reiškiniais, o tų atmainų priežastis vadiname gamtos jėgomis, iš analogijos su mūsų raumenų jėgomis, kurios gali padaryti įvairias atmainas fizinių kūnų tarpe.

Ypačiai atjausdami visus mūsų vidujinio gyvenimo reiškinius, mes instinktyviai skiriame tuos išvidinius reiškinius nuo kitų reiškinių, surištų su kitais kūnais, kuriuos mes vadiname išoriniais. Taigi mes kalbame apie išvidinį, arba subjektingą, pasaulį, surištą su mūsų asmens gyvenimu, ir apie fizinį, arba objektingą, pasaulį. Tie du pasauliai reaguoja į vienas kitą per mūsų jutimų organus. Todel išorinis, arba fizinis, pasaulis dažnai vadinamas jutimų pasauliu.

3 §. Fizika ir kiti gamtos mokslai.

Fizika, φυσικη, yra graikų žodis ir reiškia «gamtos mokslas». Seniesiems graikams, ir net Aristoteliui, fizika apėmė visas žinias ir apie negyvosios ir apie gyvosios gamtos reiškinius. Bet ilgainiui tų žinių skaičius taip išaugo, jog teko padalyti

fiziką į kelias šakas. Pirmų pirmiausia nuo fizikos atsiskyrė mechanika, arba kūnų judėjimo, slinkimo mokslas. Vėliau atsiskyrė astronomija, arba dangaus kūnų judėjimo mokslas. Dar vėliau nuo jos atsiskyrė chemija, arba mokslas apie tuos gamtos reiškinius, kurie yra surišti su kūnų sudėties, arba medžiagos, pakitėjimu, kaip antai: degimas, puvimas, rūdijimas. Tokie reiškiniai priklauso šiandien chemijai, nes panašiais atvejais iš paimtų, arba išeinamųjų, kūnų darosi visiškai nauji kūnai, sudėties, arba medžiagos, atžvilgiu. Pagalios nuo fizikos atsiskyrė ir biologija, arba mokslas apie gyvosios gamtos reiškinius.

Taip pagrindinis gamtos mokslas, fizika, padalyti į visą eilę specialinių šakų reikėjo tam, kad būtų lengviau tyrinėti ir kad darbo našumas pakiltų, nekalbant jau apie tai, kad mokslus specializuojant, arba klasifikuojant, lengviau būtų daugybė surinktų žinių asimiliuoti.

4 §. Fizika ir chemijos reiškiniai.

Šiandieninės fizikos dalykas ir uždavinys — tai tyrinėjimas tų gamtos apsireiškimų, kuriems reiškiantis kūnų sudėtis, arba jųjų medžiaga, visiškai nesimaino. Patrinsime gabalėlį gintaro, sakysime, gelumbe. Gintaras įgyja naujos savybės pritraukti lengvus daiktus, k. a. popieriaus arba kamščio gabalėlį, bet gintaras pasilieka čia gintaru, taip pat kaip ir visi kiti kūnai, gelumbė, popieriaus skiautelė savo medžiaginės sudėties nemaino. Paimkime plieno stiebą, kurį vadiname magnetu ir kuris turi tą ypatybę, kad gali pritraukti geležinius daiktus. Pritrauktas prie magneto geležinis raktas pats tampa magnetu ir gali pritraukti kitą geležinį raktą arba kitą kokį geležinį daiktą, bet atitraukus pirmutinį geležinį raktą nuo magneto, jis nustoja tos ypatybės ir įvairiais atžvilgiais atrodo taip, kaip kad atrodė prieš prikišant prie jo magnetą. Įkiškime į liepsną platinos vielą. Ji įkais ir žers aiškius šviesos spindulius. Išimta iš liepsnos, ji atvės ir atrodys tokia, kokia ji buvo iš pradžios. Visi tie reiškiniai yra grynai fiziniai. Tokiais atvejais gali mainytis kūnų tūris, jų forma, spalva, temperatūra, buvę kieti kūnai gali tapti skystais arba garais, bet jokių atmainų jų medžiaginėj sudėty mes nerasime.

Kitaip atrodo tokie reiškiniai, arba procesai (vykimai), kaip kad medžio arba anglies degimas. Įmestas į krosnį pagalys užsidega, atsiranda liepsna, išsiveržia dūmai ir pagalios krosny pasilieka tik žiupsnelis pelenų. Čia iš paimto kūno pasidaro visa eilė naujų kūnų, kurių medžiaga, tarytum, nieko bendra nebeturi su medžiu. Geležinis daiktas ilgesniam laikui paliktas drėgname su anglies rūgštimi ore, rūdija, vadinasi, jo paviršius apsidengia tamsiai rausvais milteliais. Per pakankamai ilgą laiką visas geležinis daiktas gali pavirsti tokiais tamsiai rausvais milteliais, kuriuos mes vadiname geležies rūdimis. Geležies medžiaga ir rūdžių medžiaga griežtai skiriasi nuo viena antros. Taigi visus tokius reiškinius, kurie yra surišti su giliu medžiagos apkitimu, mes vadiname chemijos reiškiniais.

Bet yra visa eilė procesų, kurie sudaro, taip sakant, tiltą tarp fizikos ir chemijos. Prie tokių procesų priklauso fizinio kūnų stovio atmainos. Įnešę iš oro į šiltą kambarį svarą ledo, mes gausime svarą skysto vandens. Ledas ištirps ir taps vandeniu. Iš kieto kūno pasidarys skystas kūnas su visiškai naujomis savybėmis, bet ledo ir vandens medžiaga yra ta pati. Palikus indą su vandeniu šiltam kambary, visas vanduo per tam tikrą laiką išgaruos: iš skysto vandens pasidarys vandens garai, panašūs į orą, bet vandens garų medžiaga yra ta pati, kaip ir skysto vandens. Vėsinami garai vėl taps skystu vandeniu; šaldydami vandenį, mes gausime kietą ledą. Visos fizinio stovio atmainos yra panašios į chemijos procesus, nes juose visos fizinės kūno savybės griežtai mainosi, bet jos skiriasi nuo grynai chemijos procesų tuo, kad medžiaga čia nesimaino ir, be to, palyginti lengva sugrįžti prie to fizinio stovio, nuo kurio pradėta. Lengva sugrįžti nuo vandens garų prie ledo, bet, palyginti, labai sunku iš geležies rūdžių atgaivinti geležis. Taip pat visi tirpinių reiškiniai, kaip antai, cukraus tirpinys vandeny rodo didelį panašumą su chemijos reiškiniais iš vienos pusės ir fizikos iš kitos. Todel ir tirpiniai sudaro ypatingą sritį tarp fizikos ir chemijos.

5 §. Fiziniai dydžiai ir jų matavimas.

Kompleksą įspūdžių, kurie duoda mums supratimą apie fizinį kūną arba fizinį reiškinį, mes vadiname fizinėmis kūnų, arba reiškinių, ypatybėmis, arba savybėmis. Mes kalbame apie kūno didumą, apie jo lytį, apie jo spalvą, apie jo kietumą, apie jo svarumą, apie šaltumą arba šiltumą ir t. t. Visas tas savybes mes iš pradžių laikome kokybėmis. Bet mes lengvai pastebime, kad tos kokybės ne tik įvairių kūnų, bet ir to paties kūno gali mainytis, pav., kūnų tūris arba jų svoris būna didesnis arba mažesnis. To paties kūno tūris šaltame ore bus mažesnis negu šiltame kambary. Kokio nors daikto svoris bus didesnis ant ašigalio ir mažesnis ant pusiaujo. Garsas gali būti stipresnis ir silpnesnis. Taip pat raudona spalva gali būti tirštesnė ir skystesnė. Į visas tokias kokybes mes imame žiūrėti kaipo į kiekybes ir tada mes jas vadiname fiziniais dydžiais, kurie galima matuoti. Taigi vienas iš svarbiausių fizinio tyrinėjimo uždavinių tai padaryti iš kokybių kiekybės ir išmatuoti jų dydžius. Išmatuoti koks nors fizinis dydis, reiškia suskaityti, kiek sykių kitas tos pačios rūšies dydis, sauvališkai arba sutartinai, priimtas už dydžio vienetą, tilpsta pirmajame dydyje, arba, kitaip kalbant, kiek sykių duotas dydis yra didesnis arba mažesnis už dydžio vienetą. Pav., norėdami išmatuoti kambario ilgį, mes paimame kokią nors medinę tiesyklę už ilgio vienetą ir atidėliojame ją išilgai kambario, nuo vienos sienos pradėję, keletą sykių, kol pasieksime kitą sieną. Kiekvieno matavimo rezultatas yra dviejų tos pačios rūšies dydžių santykis, išreiškiamas bedaikčiu skaičiumi. Taigi matavimai įgalina mus visas fizines kūnų ypatybes ir savybes išreikšti skaičiais ir tuo būdu naudotis universaline matematikos kalba, jos tobūliausia logika ir jos tobūliausiais metodais trumpai, aiškiai ir tiksliai aprašyti ne tik fiziniams kūnams, bet ir gamtos reiškiniams.

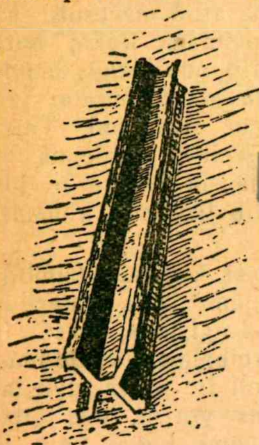
Visi fizikos dydžiai gali būti išreikšti erdvės, laiko ir masės ženklais (simboliais). Mase mes vadiname fizinio kūno materijos kiekį ir matuojame ją ta materijos savybe, kuri priešinasi kiekvienai pastangai pakeisti jos stovį. Taigi ilgis, masė ir laikas yra pamatiniai fizikos dydžiai, ir jiems matuoti fizika yra reikalinga pagrindinių ilgio, masės ir laiko vienetų. Ir praktikos gyvenime tenka matuoti tie patys dydžiai ir patsai matavimas, lygiai kaip skaičiavimas (pagalios matavimas yra ne kas kita, kaip skaičiavimas), yra paprastas dalykas net pirmykščiams žmonėms, lygiai kaip ir vaikams, kurie, sąmonei atbundant, ima skaičiuoti ir matuoti. Pirmykščiai žmonės turi savo ilgio, ploto ir tūrio matus, naudodamiesi dažniausiai savo kūno dalimis kaipo vienetais, pav., pėda, alkūne, delnu, kumščiu ir t. t. Ilgainiui kiekviena tauta išsidirbo sau savo matų sistemą, dažnai komplikuotą ir neracionalinę, kaip antai, Anglų matų sistema, kuri iš dalies vartojama ir Rusuose. Tarptautiniams prekybos ir pramonės santykiams augant, pasirodė daug nepatogumų del įvairių tų matų sistemų skirtumų ir jų painumo. Taigi visos kultūringos tautos pradėjo atjausti reikalingumą vienos tarptautinės racionalinės matų sistemos. Kad tokia matų sistema ir mokslui yra reikalinga, apie tai nebūtų reikalo ir kalbėti, nes mokslas iš visų žmogaus kūrinių yra užvis labiau tarptautinis dalykas.

6 §. Metrinė, arba dešimtainė, matų sistema.

Taigi vaduodamiesi panašiais motyvais, didžiosios Prancūzų revolucijos metu (1791 m.) Prancūzų akademikai išdirbo ir pasiūlė revolucinei valdžiai vadinamąją metrinę matų sistemą, kuri įstatymo keliu ir buvo įvesta Prancūzijoj.

Prancūzų akademikai svajojo nustatyti gamtos matų sistemą, vadinasi, tokią, kurios vienetus duoda pati gamta, turėdami omenyje, kad visuomet lengva būtų atgaivinti, sakysime, pamatinis ilgio vienetas, žlugus jam del karo, maišto arba kokios nors kosminės katastrofos. Todel jie pasiūlė kaipo ilgio vienetą vieną 40 000 000-ninę dalį geografinio meridiano (dienovidinio), kuris jau tuomet buvo keletą sykių išmatuotas, ir davė šitam vienetui vardą «metras», meteris («μετςον» graikų žodis, reiškia matas). Prancūzų akademikai tikėjo, kad jie tuo būdu visiems laikams

nustatę pastovų ilgio vienetą. Bet 19 amžiaus pradžioje ir vėliau geografinio dienovidinio ilgio matavimai buvo atkartoti Prancūzijoj, Anglijoj, Rusijoj ir kituose kraštuose, ir pasirodė, kad tų matavimų išvados nesutinka su tais matavimais, kurie buvo padaryti pradedant nuo Eratostėno (pirmas šimtmetis prieš Kristų) Aigipte, Aleksandrijos astronomo, ir baigiant Prancūzijos akademikų matavimais 18 šimtmečio pabaigoj. Dalykas tas, kad mokslui augant, tobūlėja matavimo metodai ir instrumentai, ir todel matavimų rezultatai darosi vis tikslesni, ir sunku numatyti, kur yra to tikslumo ribos. Taigi nustatant metrą kaipo tam tikrą žemės dienovidinio dalį, tektų keisti tas pagrindinis ilgio vienetas kiekvieną kartą naujai išmatavus dienovidinį ir tuo būdu negalima būtų kalbėti apie šito vieneto pastovumą. Todel, kad išeitų iš tos keblios padėties, metrologų tarptautinis kongresas Paryžiuje (1889 m.) nutarė laikyti metru visiems laikams ilgį tarp dviejų bruožų, įbrėžtų ant tiesyklės, pagamintos iš lydinio brangių metalų, platinos (90%) ir iridijaus (10%). Kad to metro ilgis nekistų nuo kai kurių mechaninių veikimų, kurie galėtų būti priežastim jo deformacijos, kaip antai, sulinkimas, ir t. t., tai metro tiesyklei buvo suteikta forma iškreiptos raidės H skersame skrodyje. I piešinys atvaizduoja tą tiesyklę, kuri vadinama pavyzdingu metru, arba metru-etalonu. Padidinti jo atsparumui chemijos veiksmams, ypač atmosferos gazams (dujoms), lygiai kaip ir atsparumui dideliam karščiui, jis ir pagamintas iš brangių metalų lydinio, nes platina ir iridijus iš visų metalų užvis mažiau įveikiami įvairių chemijos agentų. Be to, platinos ir iridijaus lydinys turi minimalinį koeficientą kitimo nuo šilimos.


Pieš. 1

Taigi vietoj gamtinio ilgio vieneto mes turime sutartinai nustatytą vienetą, metrą-etaloną, kuris yra laikomas tam tikromis sąlygomis (rūsyje su pastovia temparatūra ir pastoviu drėgnumu) ir taip, kad būtų apsaugotas nuo visokių mechaninių veikimų, kaip antai, sutrenkimų ir p. d. (netoli Paryžius St. Cloud'o miestely, kur yra tarptautinis svorių ir matų biuras: Bureau international des poids et mesures). Visos didžiulės valstybės turi po vieną arba net po du tokius metrus-etalonus, pagamintus iš Paryžiaus etalono, ir laiko juos tam tikrose valstybinėse matų įstaigose. Taip antai Vokietija turi savo Reichsanstalt Berlyne, Londonas — savo matų ir matavimų departamentą (Board of measurements), Rusija savo «Glavnaja palata mier i viesov» (Vyriausieji svorių ir matų rūmai) Petrapily ir t. t. Tokių įstaigų priešaky stovi įžymūs mokslo žmonės ir jose dirba kadrai specialistų fizikų ir metrologų. Turint omeny didelę matų ir matavimų reikšmę mokslo srity ir praktikos gyvenime, tos įstaigos atlieka labai svarbų darbą, tyrinėdamos ir tobūlindamos matavimo metodus bei priemones ir kontroliuodamos jų pritaikinimą tiek mokslo, tiek pramonės bei prekybos srityse. Todel šiandien jau mes turime net atskirą specialinę fizikos šaką, metrologiją, kitaip sakant, mokslą apie matų bei matavimų instrumentus bei metodus.

Pagrindinis ilgio vienetas, metras, dalijamas į dešimtį, šimtą ir tūkstantį dalių. Vienas dešimtdalis vadinasi decimetras, vienas šimtadalis — centimetras, viena tūkstantinė dalis — milimetras. Taigi santykis tarp stambesnių ir smulkesnių vienetų čionai visuomet yra dešimts. Todel metrinė matų sistema kitaip vadinasi dešimtainė, arba decimetrinė. Šita metrinės matų sistemos savybė be galo palengvina daiktinių skaičių stambinimo ir smulkinimo darbą ir reikalauja mažo laiko smulkinimo ir stambinimo veiksmams atlikti.

Fizika pagrindiniu ilgio vienetu visur naudojasi centimetru. Bet centimetras lygiai kaip ir milimetras kai kuriems dydžiams yra per dideli vienetai, arba, kitaip kalbant, išreiškiant tokių dydžių ilgį centimetrais arba milimetrais tektų turėti dalykų su labai mažomis trupmenomis, kas yra nepatogu. Pav., iš platinos galima pagaminti labai plonų vielų, taip kad reikėtų paimti pluoštas iš 140 tokių vielų, kad išeitų toks storumas, kaip vieno šilko lėtybės siūlo, kuris vos tegalima įžiūrėti

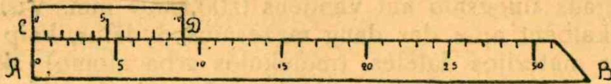
akimis. Tokios platinos vielos storumas, arba skersmuo (diametras), išreikštas milimetrais, reikėtų parašyti 0,0008 mm. Bet yra dar mažesnių dydžių. Gražus raudonas stiklas, vadinamas rubinu, turi aukso dalelių, kurių skersmuo 0,000004 mm. Arba, sakysime, storis aliejaus sluogsnio ant vandens 0,0000005 mm. Visi tokie dydžiai yra matuojami, jau nekalbant apie dar daug mažesnius dydžius, kaip šviesos bangos ilgis arba mažiausios materijos dalelės (molekulos arba atomo) skersmuo, kuris yra mažesnis kaip viena 10.000.000 dalis milimetro. Norint, išreiškiant tuos dydžius, turėti dalyko su patogesniais skaičiais, vartojama kaipo ilgio vienetas vienas mikronas (1μ), kuris sudaro tūkstantinę milimetro dalį. Vartojamas dar ir milimikronas (1$\mu\mu$), kuris sudaro tūkstantinę mikrono dalį, arba vieną milioninę dalį milimetro.

Iš kitos pusės yra tokių ilgių, arba tokių atokumų arba nuotolių, kuriems metras yra permažas vienetas, nes matuodami metru, prieitumėm prie labai didelių ir todel irgi nepatogių skaičių. Todel išmatuoti didesniems atokumams ant žemės, mes naudojamės kilometru, kuris yra lygus tūkstančiai metrų. Bet ir tas vienetas, sakysime astronomijos srity, kur atokumai palyginti su mūsų žemės atokumais be galo dideli, irgi būtų permažas. Todel ten tenka naudotis tokiais vienetais, kaip kad žemės spindulys (radius), lygus 6 370 km., arba žemės atokumas nuo saulės (144 milionai km.). Taip antai, mes sakome, kad mėnulis nutolęs nuo žemės yra per 60 žemės spindulių, arba paėmę žemės nutolimą nuo saulės už vienetą, mes sakome, kad Merkurijo tolumas nuo saulės sudaro 0,4 tokio vieneto, Veneros 0,7, Marso 1,5, Jupiterio 5, Saturno 9,5, Urano 19 ir Neptūno 30. Išreikšdami Neptūno nutolimą nuo saulės kilometrais turėtume=4.320.000.000 km. Bet planetos yra artimiausieji kūnai nuo saulės ir nuo žemės. Žvaigždės nuo saulės yra daug toliau, ir norint išreikšti jų atokumą skaičiumi, jau tenka naudotis kaipo ilgio vienetu vadinamaisiais «šviesos metais». Šviesos spindulys išėjęs, sakysime, iš saulės ne vienu akių matu pasieks žemę, bet reikalingas tam tikro, nors ir mažo, laiko, būtent, 8 minučių. Vadinasi, šviesos spindulio greitumas yra 300.000 km. per vieną sekundą. Šviesos metai tai bus toks ilgis, kurį perbėga šviesa per vienus metus ($365\frac{1}{2}$. 24. 60. 60. 300.000). Artimiausioji nuo saulės žvaigždė yra ta, kuri astromonų kataloguose pažymėta kaipo d-Centauri (centaurus—Tauro žvaigždyne). Ta artimiausioji žvaigždė yra taip toli nuo žemės, jog reikia $4\frac{1}{2}$ metų, kad šviesos spindulys, išėjęs iš jos, pasiektų žemę. Palyginti tos žvaigždės nutolimui nuo žemės su tolimiausios planetos Neptūno tolumu pasakysime, jog šviesai reikia 4 valandų, kad nuo Neptūno pasiektų žemę. Viena iš didžiųjų ir šviesiausiųjų mūsų dangaus žvaigždžių yra Sirijus Orijono žvaigždyne. Nuo tos žvaigždės šviesa atvyksta ant žemės per 9 metus, o nuo šiaurės ašigalio žvaigždės, kuri yra netoli nuo Didžiųjų Grižulo Ratų žvaigždyno, šviesa atvyksta tik per 40 metų. Jau čia darosi baisu, bet yra ir tokių žvaigždžių, nuo kurių šviesa atvyksta ant žemės tik per dešimtis tūkstančių metų. Visa tai ir daro mums įspūdį, kad erdvė yra bedugnė, neturinti nei galo nei krašto.

7 §. Nonijus, arba vernieras.

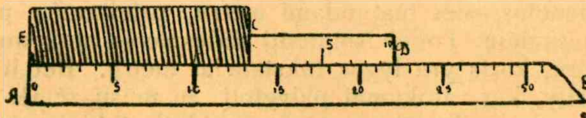
Matuojant mažais vienetais, centimetrais ir milimetrais, dažnai tenka atskaityti jų dalys. Pripratęs matuoti, žmogus dažnai gerai sprendžia apie centimetrų arba milimetrų dalį iš akies. Bet norint išsivaduoti, kiek galima, nuo subjektingumo ir įgalinti neįpratusius tiksliai atskaityti centimetrų arba milimetrų dalis, vartojama priemonė, kuri vadinasi nonijus, arba vernieras. Pirmą sykį šita priemonė buvo nurodyta ispano Pedro Nunez'o (1542 m.), o vėliau prancūzo Pierre Vernier'o (1631 m.). Todel ta priemonė taip ir vadinasi. Nonijus, arba vernieras, yra tiesyklė, padalyta į dešimts dalių, kurios yra lygios arba 9-oms pamatinės mastinės tiesyklės (skalos) vienetams, arba 11 (žiūr. pieš. Nr. 2, 3, 4). Ir vienu ir antru atveju nonijaus vienetas skiriasi (mažesnis arba didesnis) nuo mastinės tiesyklės vieneto ant vieno dešimtadalio. Pieš. Nr. 2 rodo, kad jeigu nonijų pridėsim prie skalos taip, kad jo nulis sutaptų su skalos nuliu, o bruožas 10 su devintu skalos bruožu, tai pirmas nonijaus padalijimas nepasiekia pirmo skalos padalijimo $\frac{1}{10}$ dalį, antras nonijaus pa-

dalijimas $^2/_{10}$, trečias $^3/_{10}$ ir t.t. Norėdami išmatuoti ilgį tiesyklės EC, mes tą tiesyklę pridedame prie skalos taip, kad vienas jos galas sutaptų su skalos nuliu, o prie kito jos galo pridedame nonijaus O (žiūr. 3 pieš.). Taigi tiesyklės EC ilgis yra ly-



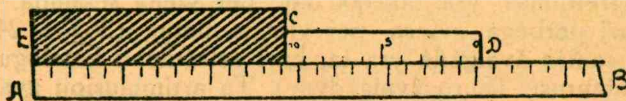
Pieš. 2

gus 13 skalos vienetų su trupmena. Nonijus CD duoda mums galimumą tą trupmeną atskaityti. Antrasai nonijaus padalijimas sutampa čia su vienu iš skalos padalijimu. Vadinasi, 1-sis nonijaus padalijimas nepasiekia skalos padalijimo vienu dešimta-



Pieš. 3

daliu (per vieną d-lę), ir nulis—$^2/_{10}$. Taigi mūsų tiesyklės EC ilgis yra 13 ir $^2/_{10}$ skalos vienetų. Jeigu dešimts nonijaus padalijimų yra lygus 11 skalos (žiūr. 4 pieš.), tai tada reikia nonijus apversti ir pridėti prie matuojamos tiesyklės tuo galu, kur stovi skaitmuo 10. Čia mes matome, kad 2-sai nonijaus padalijimas sutampa su vienu iš skalos padalijimų, 3-sai per $^1/_{10}$ peržengia į pusę tiesyklės EC sekantį iš skalos padalijimą, 4-tas per $^2/_{10}$ ir 10-tas per $^8/_{10}$. Reiškia, kad nonijaus bruožas 10 neprieina ligi skalos 14 per $^2/_{10}$. Taigi vartojant antros rūšies nonijų reikia irgi žiūrėti, katras nonijaus padalijimas, pradedant nuo nulio, supuola su skalos padalijimu. Čionai tai reikia pasakyti apie 2-ąjį padalijimą, ir todel tiesyklės EC ilgis bus 14 ir $^2/_{10}$.



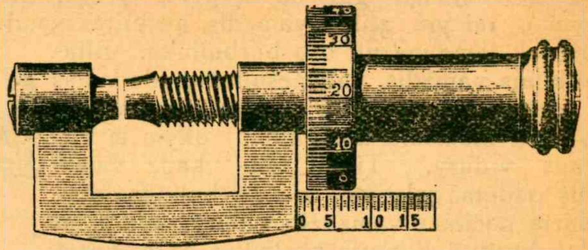
Pieš. 4

Kiekviena mastinė tiesyklė tiksliai ilgiui išmatuoti turi būti aprūpinta nonijum.

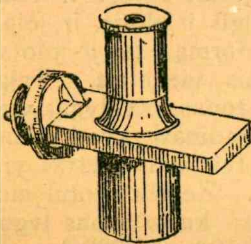
Mažiems ilgiams matuoti vartojamas mikrometras, arba mikrometrinis sraigtas, ant kurio įbrėžta vingių linija su vieno milimetro atokumu tarp josios vingių. Sraigto galvelės apskritimas arba užmauto ant jo cilinderio būgno apskritimas gali būti padalytas į 100 dalių (žiūr. 5 pieš.). Taigi apsukus sraigto galvelę D visu apskritimu, sraigtas savo muterkėje paslinks į kairę arba į dešinę pusę per vieną milimetrą. Pasukus tik per šimtinę apskritimo dalį, jis paslinks į vieną arba į antrą pusę per vieną šimtąją milimetro dalį. Prie sraigto rėmų A prijungta tiesyklė padalyta į m/m, kurie parodo, kiek sraigtas pasislenka į vieną arba į antrą pusę sukant jį. Jeigu sraigto galas yra kontakte su stulpeliu kairioj rėmų pusėj, tai sraigto būgno krantas supuola su skalos nuliu ir taip, kad nulinis būgno padalijimų bruožas sueina su skalos kranto (žambo) linija. Dabar norint išmatuoti, sakysime, kokios nors plonos vielos skersmenį, reikia pasukti sraigtas taip, kad tarp jo galo ir tarp jo rėmų stulpelio pasidarytų tarpas, padėti vielą ant stulpelio F ir pasukti sraigtas taip, kad jo galas paliestų vielą. Aišku, kad sraigtas bus dabar pakilęs per tiek m/m, kiek sudaro vielos skersmuo. Sveikus sraigto apsisukimus mes atskaitysime ant skalos (nes kiekvienas visiškas apsisukimas atsako sraigto būgno pakilimui per vieną milimetrą arba per vieną skalos padalijimą), o dalis apsisukimo atskaitysime sulig to būgno padalijimų bruožu, kuris sutampa su skalos kranto linija. Pav., 5 piešinys rodo, kad atokumas tarp sraigto galo ir rėmų stulpelio yra lygus 1 m/m.

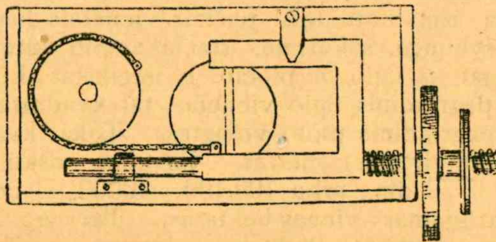
Visi padargai (instrumentai) tiksliai mažiems ilgiams išmatuoti turi tokį mikrometrą, kaip, pav., sferometras, okularinis mikrometras, komparatorius ir t.t. Jeigu mikroskopo akinio (okularo) plotmėje įdėsime lengvus rėmus su ištemptu labai

plonu siūlu (voratinklio siūlu, žiūrėk pieš. Nr. 6 ir 7), o tuos rėmus sujungsime su mikrometru taip, kad sukant mikrometrą į vieną arba į antrą pusę, rėmai, taigi ir siūlas, slinktų į vieną arba į antrą pusę, tai mes turėsime galimumo išmatuoti tokius ilgius, kurie maža kuo tesiskiria nuo vienos milimetro tūkstantinės dalies. Metrologijos įstaigose tiksliai nustatyti labai mažoms milimetro dalims vartojami sudėtingi (komplikuoti) aparatai, vadinami komparatoriais, kurių svarbiausią dalį sudaro 2 stačiai pastatyti mikroskopai su akiniais (okulariniais) mikrometrais. Matuojama tiesyklė padėta tam



Pieš. 5


Pieš. 6

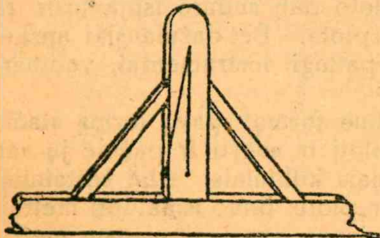

Pieš. 7

tikroje ilgoje dėžėje taip, kad tiesyklės galai su bruožais randasi po mikroskopų objektyvais.

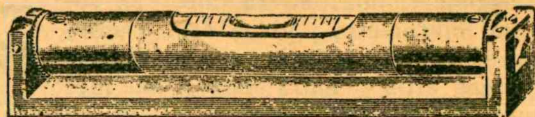
8 §. Gulsčios ir statinės krypties nustatymas.

Matuojant atokumus arba ilgius statine, gulsčia arba kokia kita kryptimi (linkme), dažnai reikia nustatyti matuojantieji padargai taip, kad jų pagrindas (bazė) būtų gulsčioje (gulstinėje) plotmėje; o jųjų šulas, arba ašis, stovėtų stačiai (statinai, vertikalinai). Panašiai atsitikus naudojamasi svambalais ir gulsčiukais. Svambalas (santiesinis, arba tiesiklis, žiūr. 8 pieš.) yra siūlas, ant kurio vieno galo pririštas svarelis (pasvarėlis). Turint kitą galą siūlo rankoj arba pakabinus ant sienos, siūlas išsitemps tąja linkme, kuria žemė traukia pasvarėlį, būtent, žemės spindulio linkme. Šitą linkmę mes vadiname statine, arba vertikaline. Mūrininkai, statydami namus, naudojasi svambalu, kad gražiai, stačiai išvestų sienas. Prikabinę vieną siūlo galą prie medinio trikampio viršūnės, mes turėsime svambalinį gulsčiuką (žiūr. 9 pieš,), kurio pagalba galima patikrinti, ar plokštis yra gulsčia ar ne. Jeigu įtempto siūlo linija sutampa (sueina) su trikampio vidurine statine linija, tai trikampio pagrindas randasi gulsčioje plokštyje. Jeigu siūlo linija atsilenkusi į vieną arba į antrą pusę nuo vidurinės trikampio linijos, tai reiškia, kad trikampio pagrindas stovi kreivai (sudaro kampą su gulsčia plokštimi).

Pieš. 8


Pieš. 9

Dažniausiai gulsčiai krypčiai suvokti vartojamas vamzdinis gulsčiukas (žiūr. 10 pieš.), tai yra stiklo vamzdis, pripiltas vandens arba kokio lengvo skysčio, palikus vienok jame mažutį oro burbuliuką. Šitas stiklinis vamzdis, kad nesudužtų, įdedamas į metalinį vamzdį su ovaline (apvalaina, beveik kiaušinio apskritumo) skyle iš viršaus vidury. Tiktai tada, kada vamzdis padėtas gulstinai, oro burbuliukas atsiduria pačiame vamzdžio vidury, kitaip tas oro burbuliukas yra paslinkęs į tą vamzdžio pusę, kuri stovi augštėliau, nes oras, kaip ir visos dujos, kaipo lengvesnieji kūnai, stengiasi visuomet prasiskverbti į kuo augščiausią vietą.



Pieš. 10

9 §. Ploto ir tūrio matai.

Visi ploto ir tūrio matavimai išeina ant ilgio matavimų. Norint apibrėžti kambario plotą, reikia išmatuoti tais pačiais vienetais kambario ilgis ir plotis, ir jeigu kambarys turi taisyklingą, sakysime, stačiakampio keturkampio formą, tai jo plotas bus lygus sandaugai iš ilgio ir pločio ir išreikštas ketvirtainiais vienetais. Taigi jeigu metras yra pagrindinis ilgio vienetas, tai kvadratas, kurio šonas yra lygus vienam metrui, bus pagrindinis ploto vienetas. Toks kvadratas vadinasi kvadratinis, arba ketvirtainis (ketvirtotas), metras, Savaime aišku, kad ketvirtainis metras yra lygus 10.10=100 □ dm., arba 100.100=10000 □ cm. ir t. t. Žemės plotui matuoti Europoje vartojamas vienas hektaras. Tai yra kvadratas, kurio šonas lygus 100 metrų, kitaip kalbant, hektaro plotas yra lygus 100.100=10.000 kv. m. (mažėlesnis plotas negu mūsų dešimtinė). Vartojamas dar žemei matuoti ir mažesnis vienetas, būtent, vienas akras, tai yra kvadratas, kurio šonas lygus dešimčiai metrų arba, kitaip kalbant, plotas lygus 100 kv. mtr.

Kada plotai turi kokios nors geometrinės figūros taisyklingą formą, tai išmatavę viena arba dviem linkmėm jų ilgius, mes suvoksime jų didumą iš geometrijos taisyklių, pav„ kada plotas turi rato (apskritumo) formą, tai pakanka išmatuoti tik tojo rato spindulys, ir formula πr^2 duos mums plotą. Jeigu plotas turi trikampio formą, tai reikia išmatuoti ilgis trikampio pagrindo b ir augštinės statmens h, nuleisto iš trikampio viršūnės į pagrindą. Tada formula $\frac{b.\ h.}{2}$ duoda mums trikampio plotą.

Kada ploto kontūrai (aplinkis, sienos) netaisyklingi, galima tie plotai, sakysime, statinėmis ir gulsčiomis linijomis padalyti į □ cm. arba □ mm. ir suskaityti, kiek yra tų kvadračiukų. Galima taip pat iš ploto (jeigu jis ant popieriaus arba medžio vienodo storumo) išpjauti, sakysime, ratas arba nedidelis ketvirtainis (kvadratas) ir atsverti. Jeigu prieš tai visas popierius arba medis, kuris atvaizduoja plotą, buvo atsvertas, tai mes tuo būdu nustatysime, kurią viso ploto dalį sudaro išpjautasis ratas arba ketvirtainis, ir todel galėsime apskaityti visą plotą. Bet dažniausiai apskaityti plotui su netaisyklingais kontūrais vartojami ypatingi instrumentai, vadinami planimetrais (plotmasčiais), kurių teorija yra painoka.

Jeigu kambarys turi taisyklingo geometrijos kūno formą, pav., formą stačiakampio paralelopipedo, tai išmatavę kambario ilgį, plotį ir augštį ir paėmę jų sandaugą, mes gausime kambario tūrį, išreikštą atatinkamais kūbiniais, arba šeštainiais, vienetais, pav., kūbiniais metrais, jeigu ilgis, augštis ir plotis buvo išmatuoti metrais. Taigi pamatinis tūrio vienetas yra kūbas, kurio briauna yra lygi vienam metrui. Tas vienetas vadinasi kūbinis metras. Savaime aišku, kad kūbinis metras susideda iš 10.10.10.=1000 cdm., arba 100.100.100.=1000.000 ccm. Bet kurios formos indas, kurio tūris yra lygus vienam kūbiniam decimetrui, vadinasi literis (litras) ir vartojamas kaipo tūrio vienetas skysčiams ir biralams.

Jeigu kūnai, kurių tūris išmatuotinas, yra panašūs į taisyklingus geometrijos kūnus, tai pakanka išmatuoti kurios nors vienos arba dviejų, arba trijų tų kūnų lini-

jų ilgis, kad apskaitytum jų tūrį, prisilaikydami stereometrijos taisyklių, pav., norint apskaityti rutulio tūrį, reikia tik išmatuoti jo spindulio ilgis, nes rutulio tūris yra lygus $^4/_3\pi r^3$.

Apskaityti cilindro tūriui reikia išmatuoti jo augštis h ir jo pagrindo (rato) spindulys r. Tada jo tūris bus $\pi r^2 h$. Netaisyklingos formos indų ir kūnų tūriui surasti reikia nustatyti, kiek vandens arba gyvojo sidabro tilpsta tuose induose arba kiek vandens arba gyvojo sidabro išvaro (išstumia, išspaudžia) tie kūnai, kai juos vandeny arba gyvajame sidabre nugramzdiname, pav., jeigu, būnant nulio laipsnio temperatūrai inde tilpsta 1360 gr. gyvojo sidabro arba jeigu koks nors kūnas išvaro šitą gyvojo sidabro kiekį, tai žinant, kad vienas kūbinis centimetras gyvojo sidabro, kai esti nulio temperatūra, sveria 13,6 gr., mes galime apskaityti indo talpą arba kūno tūrį: $1360 : 13{,}6 = 100$ cm^3.

10 §. Masės ir svorio vienetas.

Kaip jau anksčiau pasakyta, kiekviena pastanga pakeisti kūno padėtį susitinka su pasipriešinimu, kuris yra juo didesnis, juo daugiau tame kūne yra materijos. Taigi toksai pasipriešinimas yra tiesioginai proporcingas materijos daugiui arba kiekiui, kurį mes vadiname kūno mase. Antra vertus, kūno svoris arba ta jėga, kurios kūnas yra traukiamas prie žemės, irgi yra praporcinga kūno materijos kiekiui, arba jo masei. Bet jau čia reikia pabrėžti, kad kūno masė ir jo svoris tai ne tas pats, nes tas pats kūnas sveria ant žemės ašigalio daugiau, o ant pusiaujo mažiau, vadinasi, kūno svoris pareina nuo geografinės padėties arba, kitaip kalbant, yra geografinio pločio funkcija. Tuo tarpu kūno masė pasilieka visur ant žemės ir net visur erdvėje ta pati. Bet tam tikroj žemės vietoj, išeidami iš proporcingumo tarp masės ir svorio, mes galime tuos didžius matuoti tais pačiais vienetais.

Nustatant didžiosios Prancūzų revolucijos metu metrą, kaipo ilgio vienetą, buvo nustatytas ir masės vienetas, padėjus pagrindu gryno vandens masę viename kūbiniame decimetre, 4 laipsnių Celsijaus temperatūra, kada vanduo būna daugių daugiausia susitraukęs ir, vadinasi, pasiekia maksimalinį tankumą [1]). Šita vandens masė sudaro 1 kilogramą. Taigi iš brangiųjų metalų platinos 90% ir iridijaus 10% lydinio buvo pagamintas cilinderis, kurio masė yra lygi vieno cdm. vandens masei. Šitas cilinderis vadinasi kilogramas ir yra šiandien visam pasauly sutartinai paimtas masės vienetu. Jis laikomas tarptautiniam svorių ir matų biure St. Cloud'e tam tikromis sąlygomis, kad neapkistų jo masė del mechaninių arba cheminių priežasčių. Nuo 1889 metų visi kilogramai gaminami jau išeinant ne iš vieno kūb. decimetro vandens masės, o iš Paryžiaus kilogramo—etalono, nes apie kūbinio decimetro vandens masę reikia pasakyti tas pat, kas jau pasakyta apie dienovidinio matavimus, būtent, kad matavimų instrumentams ir metodams tobūlėjant, apibrėžimas masės vieno kūbinio decimetro vandens, kuris yra surištas su tūrio matavimais, veda vis prie naujų skaičių. Todel 1889 metais ir buvo galutinai nustatyta laikyti masės vienetu Paryžiaus kilogramo—etalono masę.

Tūkstantinė kilogramo dalis vadinasi vienas gramas, kurio masė yra lygi masei vieno kūbinio centimetro vandens 4 laipsnių Celsijaus temperatūra. Vienas gramas yra pagrindinis masės vienetas fizikoje ir, aplamai, mokslo srityje. Dešimtinė dalis vadinasi decigramas, šimtinė dalis—centigramas, tūkstantinė dalis—miligramas. Tūkstantis kilogramų sudaro vieną metrinę toną, kurios masė yra lygi masei vieno kūbinio metro vandens.

11 § Palyginamasai svoris.

Kad galima būtų tiksliai skaičiais išreikšti kūnų masių santykiai, visuomet kūnų masės palyginamos, paėmus tuos pačius įvairių kūnų tūrius. Santykis tarp kokio nors kūno tūrio masės arba svorio ir to paties vandens tūrio masės arba svorio

[1]) Tankumas—kūno tūrio vieneto masė

vadinasi fizikoje palyginamasai svoris. Pav., vienas kūbinis decimetras gyvojo sidabro sveria 13,6 kg. nulio temperatūra. Vienas kūbinis decimetras vandens sveria 0,99987 arba apskritai 1 klgr., vadinasi, palyginamasai gyvojo sidabro svoris bus bedaiktis skaičius 13,6, kuris parodo, kiek sykių gyvasai sidabras yra masingesnis arba sunkesnis negu vanduo, paimtas to paties tūrio. Kūno tankumu mes vadiname materijos kiekį kūno tūrio vienete. Naudodamiesi metrine sistema, mes išreiškiame tais pačiais skaičiais kūnų palyginamuosius svorius ir jų tankumus. Bet masė išreikiama daiktiniais skaičiais, o palyginamasai svoris bedaikčiu skaičiumi: pav., mes sakome: kūno tankumas 2 gramai, o kūno palyginamasai svoris 2.

Kūnų masėms sulyginti vartojamos svarstyklės del priežasties tiesioginio praporcingumo tarp masės ir svorio (vadinasi, santykiai masių ir santykiai svorių toj pačioj žemės vietoj išreiškiami tais pačiais skaičiais). Svarstykles aprašysime vėliau, čia tepabrėšime, kad tai yra vienas iš svarbiausių mokslo srity ir praktikos gyvenime prietaisų. Svarstyklės, kurios duoda galimumo nustatyti svorį iki vieno miligramo šimtdalio, yra šiandien paprastas dalykas, bet yra ir tokių svarstyklių, kurios įgalina apibrėžti tūkstantinę miligramo dalį.

Jeigu mes pažymėsime kūno svorį raide p (gr), jo tūrį raide v (cm^3) ir jo palyginamąjį svorį raide d, tad savaime bus aišku, kad tų trijų dydžių santykiai gali būti išreikšti šia lygtimi: $P = vd$.

12 §.

Pagrindinis vienetas laikui matuoti fizikos srityje yra viena sekunda, kuri sudaro $\frac{1}{24.\ 60.\ 60} = \frac{1}{86400}$ dalį visiško žemės apsisukimo apie savo ašį. Laiką visiško žemės apsisukimo mes vadiname para. Čia kalbama apie vidutinę saulės parą. Taigi fizikos laikas ir pilietinis laikas sutampa. Mes dalijame parą į 24 valandas. Vadinasi, sekunda yra ne kas kita, kaip nedidelis kampas, kuris matuojamas lanku, sudarančiu $\frac{1}{86400}$ žemės apskritumo. Tiksliai laikui išmatuoti vartojami laikrodžiai-chronometrai, apie kuriuos kalbama bus irgi vėliau.

Centimetras, gramas ir sekunda yra pagrindiniai fizikos vienetai. Jie sudaro pagrindą vadinamosios absoliūtinės matų sistemos ir, išeidama iš jų, fizika sukūrė visą eilę darytinių vienetų matuoti įvairiems savo dydžiams, kaip antai: jėgai, greitumui, darbui ir t. t.

I. Mechanika.

Kinematika.

13 §. Judėjimų rūšys.

Paviršutiniškai žiūrint, mums atrodo, kad vieni kūnai visuomet pasilieka savo užimamose vietose, kiti gi savo vietas maino. Kada kūnas įvairiais laikais randasi toj pačioj vietoj, mes sakome, kad jis yra parimęs (ramybės stovy). Jeigu kūnas arba jojo dalys įvairiais laikais užima įvairias vietas erdvėje, mes sakome, kad kūnas juda (slenka, kanka). Judėjimo (kakimo) reiškiniai yra užvis labiau išsiplėtoję gamtoje, mums užvis labiau prieinami ir paprasti. Todel iš visų gamtos reiškinių įvairūs įvairiausi judėjimai yra ištirti ir isstudijuoti užvis nuodugniau.

Visi žinomi mums judėjimai (tekėjimai, sriejimai.) gali būti suskaidyti į 3 rūšis: 1) deformacija, kada mainosi kūno dydis ir forma (kada padėtis vienų to paties kūno dalių mainosi kitų dalių atžvilgiu), 2) sukimos, kada visos kūno dalys sukasi aplink bendrą centrą arba bendrą ašį, ir pagaliau 3) slinktis, arba translacija, kada visos kūno dalys slenka tolygiai ta pačia kryptimi. Visi judėjimai susideda iš kombinacijos šitų trijų judėjimo rūšių.

14 §. Jėgos koncepcija.

Mums priprasta ir todel gerai žinoma yra mūsų raumenų jėga, nes raumenų jautimas (pojutis) yra vienas iš įgimtų mums elementarinių jutimų. Savo raumenų jėga mes galime pakeisti kūnų padėtį erdvėje, arba pakeisti jų dydį ir lytį. Todel iš analogijos mes manome, kad kiekvieno judėjimo priežastis yra kokia nors jėga, panaši į mūsų raumenų jėgą. Tuo būdu atsiranda fizikoje ir eina aiškyn jėgos koncepcija. Jėga tai yra tas veiksnys, kuris gali sujudinti (ar išjudinti) kūną, arba to kūno judėjimą pakeisti, arba pagaliau pakeisti kūnų dydį ir lytį.

15 §. Mechanika ir josios skyriai.

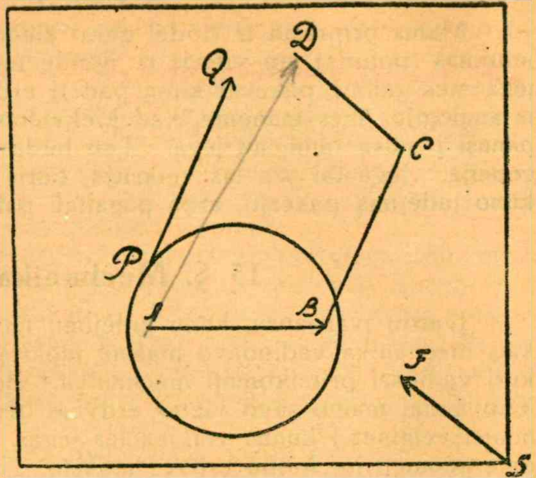
Įvairių įvairiausių kūnų judėjimų mokslas vadinasi mechanika. Senaisiais laikais mechanika vadindavo mašinų mokslą. Šiandien tat yra tiktai mechanikos šaka, kuri vadinasi pritaikomoji mechanika. Bendrai mechanikos uždavinys yra nustatyti, kaip kūnai maino savo vietas erdvėje bėgant laikui. Galima šitas uždavinys spręsti, neatsižvelgiant į kūnus veikiančias jėgas, taip sakant, abstraktiškai naudojantis metodais geometrijos, kaipo erdvės mokslo. Taigi šita abstraktinė mechanikos dalis vadinasi kinematika (galima pasakyti, kad kinematika yra geometrija, į kurią yra įvestas laiko veiksnys). Jėgų veikimą, arba kūnų judėjimus, sąryšy su veikiančiosiomis jėgomis nagrinėja dinamika(dinė graikų kalboje reiškia jėgą). Šiandien dažnai vartojamas žodis dinamika vietoj mechanikos. Dažnai kūnai, nepaisant veikiančių juos jėgų, pasilieka ramybės stovy. Mes tada kalbame apie kūnų arba apie jėgų pusiausvyrą. Jėgų arba kūnų pusiausvyros mokslas sudaro atskirą mechanikos šaką, kuri vadinasi statika.

Bendrai galima pasakyti, kad mechanikos svarbiausias uždavinys yra išnagrinėti ir nustatyti paprasčiausius ir betarpiškiausius santykius tarp trijų pamatinių faktų arba fenomenų, būtent: tarp erdvės, laiko ir materijos. Kadangi ir fizika nagrinėja bendrus santykius ir savybes tų trijų pagrindinių fenomenų, nes ji stengiasi visus gamtos reiškinius išreikšti erdvės, laiko ir materijos ženklais, tad suprantama, kad mechanika yra tikras fizikos pagrindas. Fizika, taip sakant, tyloms priima realumą erdvės, laiko ir materijos, palikdama metafizikai nagrinėti tų fenomenų esmę ir net abejoti jų realumu.

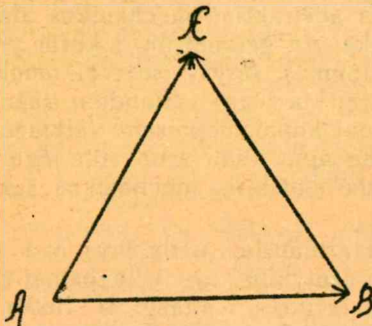
16 §. Judėjimų sudėtis.

Labai dažnai atsitinka, kad kūnas tuo pačiu laiku dalyvauja įvairiuose judėjimuose. Tada jo tikras judėjimas yra vaisius (rezultatas) jo visų judėjimų, ir mes kalbame apie judėjimų sudėtį. Norint surastį tikrą kūno kelią, kuris vadinasi atstojamasis kelias, reikia visi kūno judėjimai geometriškai sudėti. Pirmų pirmiausia mes čia turime omeny judėjimą tiesiąja linija, būtent, kada visos kūno dalys slenka ta pačia linkme arba lygiagretėmis linijomis. Kaipo pavyzdį sudetinio judėjimo įsivaizduokime sau musę, kuri čiaužia ant lėkštelės nuo A į B (žiūr. 11 pieš.). Tegu tuo pačiu laiku kas norint stumia lėkštę PQ linkme ir dar kas norint stumia stalą ant kurio padėta lėkštė ST linkme. Taigi musė dalyvauja čia trijuose judėjimuose, ir jos tikrasai judėjimas žemės atžvilgiu bus rezultatas tų trijų judėjimų. Kad surastume, kur bus musė tiems trims judėjimams pasibaigus, mes pirmiausia pažiūrėsime, kur atsidurs lėkštės taškas B, kol musė čiauš iš A į B. Per šitą laiką lėkštės taškas B paslinks iš B į C lygiagrečia su PQ linkme. Taigi jeigu stalas stovėtų ant vietos, tai musė atsidurtų taške C, taip kad A C būtų jos tikrasai kelias ir linija A C būtų atstojamasai judėjimas. Bet per tą patį laiką stalas stumiamas S T linkme, vadinasi, lėkštės taškas B, patekęs į vietą C ant stalo, dar pasistums nuo C į D lygiagretiškai S T linkmei, taip kad pagaliau musė atsidurs D vietoje. Taigi ar eidama laužta linija A B—B C—C D, ar eidama tiesia linija A D, musė pasieks tą patį taškąD. Todel A D yra čia atstojamasai musės judėjimas ir yra rezultatas trijų

atskirų judėjimų sudėties. Iš čia mes prieiname prie šios taisyklės judėjimų sudėčiai: pereitas kelias yra dydis, kuris gali būti išreikštas tam tikru ilgio vienetų skaičiumi ir kuris turi tam tikrą linkmę. Tokie dydžiai fizikoje vadinasi vektoriai arba vektoriniai dydžiai. Vektoriai įprasta žymėti tiesiomis linijomis, jiems proporcingomis didumo atžvilgiu, pridedant prie tų linijų vieno galo iešmutę, kuri rodo, kuria linkme eina judėjimas, arba paprastai vektorinių dydžių linkmę. Todel nubrėždami visą eilę linijų, kurios savo didumu ir savo linkme vaidina atskirus judėjimus taip, kad prie kiekvienos linijos galo pridedama sekančios linijos pradžia, mes prieiname



Pieš. 11

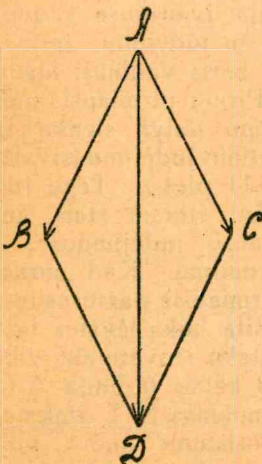


Pieš. 12

prie tos arba kitos laužtos linijos arba prie neužbaigto daugiakampio. Ta linija, kuri uždaro arba užbaigia daugiakampį, ir yra sudėtinis arba atstojamasis judėjimas. Pav., (11 pieš.), musės judėjimas sudaro laužtą liniją arba neužbaigtą daugiakampį ABCD. Todel jos atstojamasis judėjimas bus šito daugiakampio šonas AD. Jeigu mes turime tik 2 judėjimus tuo pačiu metu, pav., (žiūr. 12 pieš.), AB ir BC, tai atstojamasis judėjimas bus linija AC, kuri papildo linijas AB ir BC iki trikampio.

17 §.

Nagrinėdami judėjimus kinematiškai arba abstraktiškai, mes pirmiausia nustatome santykius tarp nuvykto (nueito), atlikto kelio, laiko ir greitumo. Nuvyktasai kelias gali būti tiesialinis arba kokia nors laužta, arba kreiva, linija ir bendrai vadinasi trajektorija. Kalbėdami apie tiesialinius judėjimus, mes galime pakeisti viso kūno judėjimą vieno taško judėjimu, nes tiesia linija judant visos kūno dalys slenka ta pačia linkme. Svarbus ir charakteringas judėjimo dydis yra greitumas, arba kelias, nukaktas per laiko vienetą. Suprantama, kad tas pats greitumas (greitis) gali būti išreikštas įvairiais skaičiais, žiūrint į tai, kuriais ilgio ir laiko vienetais mes naudojamės. Fizikoje greitumas išreiškiamas centimetrais per sekundą ir todel greitumo vienetas yra vienas centimetras per sekundą. Greitumas yra vektorinis dydis ir todel prie jo pritaikomos judėjimų sudėties taisyklės. Pav. (13 pieš.), tegu kokios nors staigios jėgos tuo pačiu laiku suteikia taškui A du smūgiu įvairiomis linkmėmis AC ir AB. Klausiama, kur atsidurs taškas per sekundą? Į tą klausimą galima taip atsakyti. Vienos jėgos smūgio įtakoje taškas A per sekundą atsidurs C vietoje. Jeigu dar suduos į tašką antroji jėga, tai mūsų taškas tos antrosios jėgos smūgio įtakoje slenka lygiagretiškai linijai AB, vadinasi eis linija CD ir pasieks

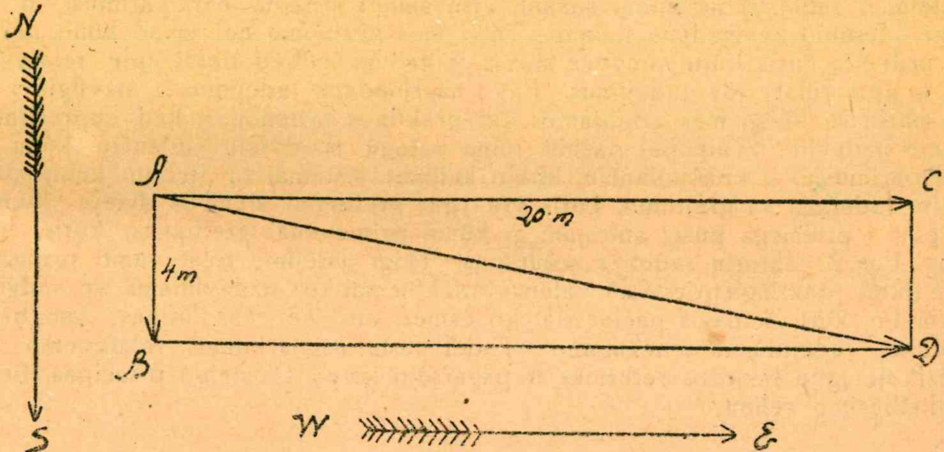


Pieš. 13

tašką D taip, kad pagaliau taškas, varomas dviejų įvairios linkmės jėgų, iš A

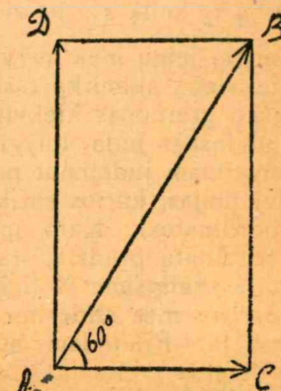
pateks į D, kas gali būti atsiekta ir linija AD. Žodžiu sakant, ieškant dviejų greitumų atstojamojo galima elgtis taip, lyg tarytum jie apsireiškia ne tuo pačiu metu, bet iš pradžios vienas, o paskui kitas. Taigi dviejų greitumų atstojamasis bus irgi linija, kuri papildo šitų greitumų figūrą iki trikampio. Dažnai, kada reikia atrasti atstojamasai greitumas dviem greitumam AD ir AB įvairiomis linkmėmis, linijos AB ir AC papildomos iki lygiagretainio. Tada to lygiagretainio įstrižainė (diagonalė) AD ir bus atstojamasis greitumas kai del didumo ir linkmės. Lygiagretainio principas, arba taisyklė, dažnai vartojamas mechanikoje, kur reikia sudėti 2 vektoriniai dydžiai įvairios pakraipos. Dar pavyzdys: vagonas bėga iš vakarų į rytus greitumo 20 metrų per sekundą. Keleivis vagone bėga skersai nuo vieno lango iki kito greitumo 4 metrų per sekundą. Kurisai keleivio tikras greitumas žemės atžvilgiu? Mes vedame liniją AB iš šiaurės į pietus, lygią 4 metrams, ir liniją AC iš vakarų į rytus lygią 20 metrų, toms linijoms sudarant tiesų kampą. Papildant jį iki keturkampio, įstrižainė AD duoda mums atstojamąjį keleivio greitumą, kuris (žiūr. 14 pieš.) yra atkreiptas į pietų rytus ir didesnis už vagono greitumą.

Dažnai būna reikalas išsklaidyti duotą vektorių, pav., greitumą į 2, 3 arba daugiau sudedamųjų vektorių. Kadangi į kiekvieną trikampio šoną mes galime žiūrėti kaipo į sudėtinį vektorių dviejų vektorių, išreikštų kitais dviem trikampio šonais, tai konstruodami ant duotos linijos, kaipo pagrindo, trikampį, mes tuo būdu ir iš-



Pieš. 14

sklaidysime duotą vektorių į 2 sudedamuosius vektorius (žiūr. 12 pieš.) .Dažniausiai būna reikalas ir būna patogu išklaidyti vektorius į 2, sudarančius tiesų kampą. Pav., akmuo, mestas greitumo 10 metrų per sekundą linkme, kuri sudaro kampą 60^0 su akiračiu, turi gulsčią ir statinį greitumą. Kad tuos greitumus surastumėm, reikia pabrėžti liniją AB lygią 10 metrų, ir taip, kad ji sudarytų kampą 60^0 su gulsčia linija AC. Įstatydami gale B linijos AB statmenį į gulsčią liniją, mes išskaidysime vektorių AB į 2 sudedamuosius, būtent, gulsčią AC lygų 5 metrams ir statinį BC arba AD lygų 8,6 metro (žiūr. 15 pieš.).



Pieš. 15

Kūnas arba taškas, kuris tuo pačiu metu slinks gulsčiu greitumu AC ir statiniu greitumu AD, pasieks per sekundą tą pačią vietą B, kaip ir taškas, kuris slinks greitumu AB, sudarančiu kampą 60^0 su akiračiu. Savaime suprantama, kad vektorių skaidybai pritaikomas taipogi paralelogramo dėsnis, žiūrint į duotą vektorių kaipo į įstrižainę. Tiktai žinotinas kampas, kurį ta įstrižainė sudaro su vienu iš ieškomų sudedamųjų vektorių, ir tada galima konstruoti lygiagretainis. Jeigu 2

greitumai reiškiasi ta pačia linkme, tai jų atstojamasis yra lygus jų sumai. Esant jiems ta pačia linija atkreiptiems prieš vienas kitą, jų atstojamasis yra lygus jų skirtumui ir reiškiasi didesniojo linkme.

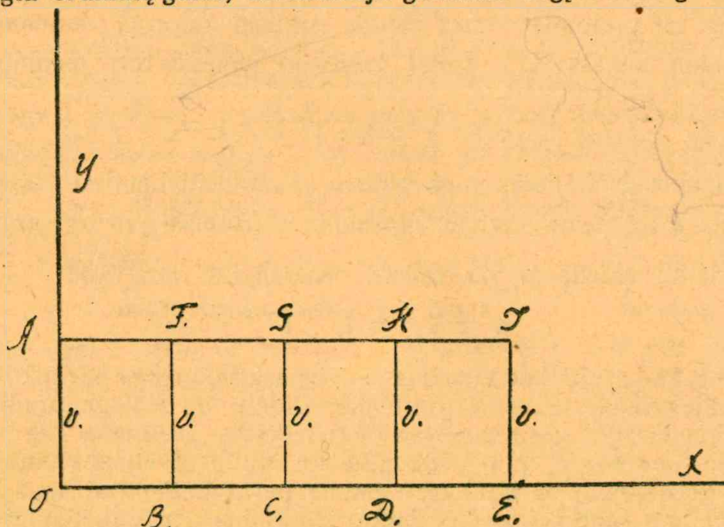
18 §. Relatyvumo principas.

Kalbėdami apie dviejų kūnų judėjimą, mes visuomet turime omeny atmainą padėties vieno kūno iš atžvilgio į kitą. Jeigu mes galėtumėm surasti kokį nors kūną arba tašką, kuris nemaino savo padėties erdvėje, tada nagrinėjant judėjimus kitų kūnų iš atžvilgio į šitą kūną arba tašką, galima būtų kalbėti apie absolūtinį judėjimą. Bet tokio dalyko, kaip apsolūtinė ramybė, nėra. Tyrinėdami įvairius judėjimus ant žemės, mes paprastai skaitome, kad žemė yra parimusi, ir nustatome judančiųjų kūnų trajektoriją atsižvelgdami į žemę, pav., mes sakome, kad šovinio trajektorija yra parabola, turėdami galvoje šovinio kelią žemės atžvilgiu. Bet šovinio kelias erdvėje bus jau kitas dalykas, nes šovinys dalyvauja pačios žemės judėjimuose, būtent, josios sukimęsi apie savo ašį ir josios bėgyje apie saulę. Kad pati saulė būtų erdvėje visuomet ant tos pačios vietos, tai, sudėdami šovinio judėjimą su žemės judėjimais, kuriuose jis dalyvauja, mes visgi prieitumėm prie atstojamojo šovinio judėjimo erdvėje atsižvelgiant į saulę ir tą judėjimą mes galėtumėm laikyti apsolūtiniu. Bet, deja, ir saulė, arba, kitaip sakant, visa saulės sistema nėra parimusi, o slenka erdvėje Heraklo žvaigždyno linkme. Taigi mes nežinome nei vieno kūno, nei vieno taško erdvėje, kuris būtų ramybės stovy, ir galime kalbėti tiktai apie relatyvią ramybę ir apie relatyvius judėjimus. Pav., nagrinėdami judėjimus iš atžvilgio į žemę, kaipo parimusį kūną, mes griebiamės tik praktikos priemonės, kad suprastintumėm judėjimo uždavinį. Taip pat dažnai būna patogu iš dviejų judančių kūnų vieną laikyti parimusiu, o kitą judančiu, kitaip kalbant, sistemai tų dviejų kūnų primesti fiktyvinį judėjimą su greitumu, kuris yra lygus greitumui vieno iš dviejų kūnų, bet atkreiptas į priešingą pusę; antrajam gi kūnui primetamas greitumas, kuris, bendrai kalbant, bus 2 vektorių sudėties rezultatas. Taigi judėjimų relatyvumo pripažinimas yra ne tiktai praktinga priemonė palengvinti kinematikos uždaviniams sprandyti, bet ir būtinybė, kuri išeina iš pačios dalyko esmės, nes nei absolūtinės ramybės, nei absolūtinių judėjimų mes nežinome. Todel pastaraisiais laikais relatyvumo principas fizikoje įgijo bendros reikšmės ir pagarsėjo kaipo Einšteino principas. Bet apie tai pakalbėsime veliau.

19 §. Tolyginis ir tolyginio greitėjimo judėjimas.

Tegu judąs taškas per laiką t_1 nuo judėjimo pradžios nuvyko kelią s_1, o per laiką t_2 kelią s_2. Jo vidutinis greitumas bus $V = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ išreikštas centimetrais per sekundą, jeigu mes nuvyktąjį kelią matuojame centimetrais, o laiką sekundomis. Jeigu kiekvieną akimirką taškas juda tokiu greitumu, arba, kitaip kalbant, jeigu vidutinis taško greitumas kiekvieną akimirką atatinka jo tikrajam greitumui, tai mes sakome, kad taškas juda tolyginai, pastoviu, vienodu greitumu. Geometriškai atvaizduoti tolyginiam judėjimui pasinaudosime Dekarto koordinatų sistema, nubrėžę plokštyje dvi linijas, kurios susikerta tiesiu kampu, pav., statinę ir gulsčią linijas (tiesiakampės koordinatos). Kaip įprasta, susikirtimo tašką pažymėsime raide O ir jį laikysime koordinatų pradžia, statinę liniją laikysime ordinatų linija, arba Y linija, o gulsčiąją liniją skaitysime X linija, arba abscisų linija (žiūr. 16 pieš.). Pradėdami nuo O, ant abscisos mes atidėsime laiką 1, 2, 3,... t sekundų linijomis OB, OC=2OB, OD=3OB ir t. t... Pradėdami nuo O ir skaitydami greitumą v teigiamu, mes atidėsime ant ordinatos greitumą V, kurį taškas turi nuo pat pradžios judėjimo laiko O, kaipo liniją OA. Iš taško B nubrėšime liniją BF lygiagretiškai ordinatų linijai ir lygią linijai AO. Tokias linijas nubrėšime iš taškų G, D ir t. t. Tada mes gausime eilę taškų:

A, F, G, H, ir t. t., kurie galima sujungti viena tiesia linija, lygiagrete abscisų linijai. Tas lygiagretumas yra geometrinis greitumo pastovumo išreiškimas, žodžiu sakant, linija, kuri jungia ordinatų galus, atvaizduoja greitumo bėgį. Kadangi tos linijos palen-



Pieš. 16

kimas abscisos atžvilgiu išreiškiamas kampu 0, tai mes sakome, kad čia greitumas yra pastovus dydis. Nuvyktasai kelias šiuo atveju geometriškai yra atvaizduotas stačiakampio plotu. Kadangi to keturkampio pagrindas atvaizduoja laiką t, o jo augštis greitumą v, tad nuvyktasai kelias bus

$$S = v \, . \, t \quad (1)$$

Sitoji lygtis nustato santykius tarp greitumo, laiko ir nuvyktojo kelio paprasčiausiu tolyginio judėjimo atveju.

Kada vidutinis taško greitumas neatatinka jo tikram greitumui kiekvieną judėjimo akimirką, mes turime dalyką su mainumi judėjimu. Kiekvieną mainų judėjimą galime, žinoma, pakeisti tolyginiu judėjimu vidutinio greitumo, kuris juo mažiau skirsis nuo tikro greitumo, juo trumpesnis bus judėjimo laikotarpis: taip kad, sekant judėjimą per labai trumpą laiką arba, kitaip kalbant, per laiko elementą, skirtumas tarp tikrojo greitumo ir vidutinio greitumo pasidarys be galo mažas. Aplamai kalbant, tikru greitumu mainaus judėjimo svarstomąjį momentą būtų tas taško greitumas, kurį jis turėtų, jeigu nuo to momento judėjimas nustotų kitėjęs (kitęs) greitumo ir linkmės atžvilgiu.

Iš įvairių įvairiausių mainių judėjimų paprasčiausieji bus tolyginio greitėjimo arba tolyginio mažėjimo judėjimai, kada judėjimo greitumas auga arba mažėja kiekvieną sekundą vienodai. Aplamai, šitą dydį, kuriuo mainosi greitumas, mes vadiname greitėjimu ir fizikoje jį žymime raide a nuo lotynų žodžio «acceleratio» (teigiamasai greitėjimas +a, kada greitumas auga, ir neigiamasai greitėjimas —a, kada greitumas mažėja). Tegu per laiką t_1 sekundų nuo pat pradžios judėjimo, taškas įsivaro greitumo v_1 centimetrų per sekundą, o per laiką t_2 nuo pat pradžios judėjimo įsibėga greitumo v_2. Tada greitumo priaugimas bus $v_2 - v_1$ per laikotarpį $t_2 - t_1$, vadinas, vidutinis greitėjimas per sekundą šituo laikotarpiu bus

$$a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

centimetrų per sekundą. Iš čia išeina, kad greitėjimo vienetas centimetras per sekundą — sekunda. Svarbu iš pat pradžios įsidėmėti sau vadinamąjį greitumo ir

greitėjimo didumą. Greitumas $v = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$. Kadangi dviejų kelių skirtumas yra dviejų ilgių skirtumas, o dviejų ilgių skirtumas yra tam tikras ilgis, dviejų gi laikų skirtumas yra tam tikras laikas, tai greitumą v mes galime išreikšti kaipo $\frac{L}{T}$, duodami bendrai ilgiui ženklą L, o laikui ženklą T. Todel greitumo vienetas turi absolūtinėj matų sistemoj dydį

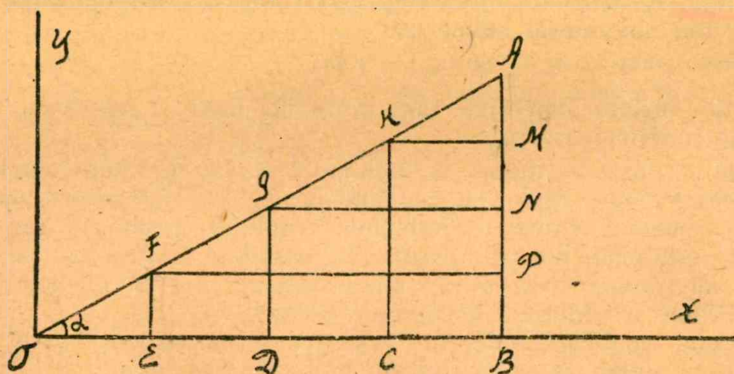
$$v = \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}$$

Kalbėdami apie greitėjimą, mes galime jį išreikšti bendrai kaipo santykį tarp greitumo ir laiko: $a = \frac{V}{T}$, nes dviejų greitumų skirtumas yra irgi greitumas, lygiai kaip ir dviejų laikų skirtumas yra laikas. Kadangi $v = \frac{L}{T}$, tai

$$a = \frac{L}{T^2} = L \cdot T^{-2}$$

Todel mes sakome, kad greitėjimo vienetas yra vienas centimetras per sekundą—sekundą.

Jeigu per kiekvieną sekundą greitumas didėja a ir jeigu pradinis greitumas, arba judėjimo momente 0, greitumas yra 0, tai įgytas greitumas per vieną sekundą bus a, per 2—2a, per 3—3a, per t sekundų at. Šiuo atveju greitumas yra proporcingas laikui ir greitėjimui, ir todel mes galime parašyti bendrai, kad V= at. Nustatyti tokio judėjimo santykiams tarp laiko, greitėjimo ir nukeliautojo kelio pasinaudosime vėl geometrijos metodu, brūkštelėję ordinatų liniją YY ir abscisų liniją XX (žiūr. 17 pieš.). Judėti taškas pradeda momentu X=0 greitumo 0. Taigi judėjimo pradžia sudera su koordinatų pradžia. Ant abscisos pažymime lygias linijos atkarpas OE, ED, DC ir t. t. taip, kad linijos OE, OD, OC, ir t. t. būtų propor-



Pieš. 17

cingos laikams 1, 2, 3, ... t. sekundų. Iš taško E kilsteliame statmenį, proporcingą duotam greitėjimui a iki taško F, iš taško D statmenį lygų 2a iki taškui G, iš taško G statmenį lygų 3a iki taško H ir t. t. (Šituos statmenis mes keliame augštyn, nes mums duotas teigiamasai greitėjimas. Bendrai vartojant koordinatų sistemą, visi teigiamieji vektoriai eina augštyn arba į dešiniąją pusę, o neigiamieji vektoriai žemyn arba į kairiąją pusę.) Visi tie statmens atvaizduoja įsivarytus (įgytus) greitumus per 1, 2, 3, ... t sekundų. Sujungdami tų statmenų galus su koordinatų pradžia O, mes gausime tiesią liniją OFGHA, kuri sudaro kampą α su abscisa. Šita linija atvaizduoja greitumo bėgį ir rodo, kad greitumo priaugimas čia yra per visą judėjimo laiką vienodas, vadinasi, pastovus dydis.

Linijos EF, DG, CH, AB, ... reiškia greitumus, įgytus per 1, 2, ... sekundų. Iš figūros (žiūr. 17 pieš.,) aišku, kad santykis $\frac{EF}{OE} = \frac{DG}{OD} = \frac{CH}{OC} = \frac{Y}{X}$, nes greitumai atsako čia ordinatoms Y, o laikai abscisoms X. Taigi mes turime tolygi-

nio greitėjimo judėjime tarp greitumo ir laiko, arba tarp ordinatos ir atatinkamos jai abscisos pastovų santykį $\frac{Y}{X} = \text{tang}\ \alpha$, kaip matyt iš figūros. Jeigu mes turėtume darbo su judėjimu kokia nors kreiva linija, kurio greitumas kaitaliotųsi netaisyklingai, tai visgi nagrinėdami kokią nors dalį to judėjimo trajektorijos per labai trumpą laiką dt ir pažymėdami dv įgytą per tą laiką greitumą, mes galėtumėm laikyti jį tolyginio greitėjimo judėjimu ir pritaikinti prie jo tą patį dėsnį, būtent, kad $\frac{dv}{dt} = \frac{dy}{dx} =$ tang α, suprasdami α kaipo kampą, kurį sudaro su abscisa liečiamoji linija, nubrėžta į trajektorijos tašką, kuris atatinka paimtajam judėjimo momentui, vadinasi, mes visuomet galime žiūrėti į greitėjimą kaipo į santykį įgyto greitumo ir laiko svarstomajam momentui.

Kai del nukeliauto kelio judėjimui tolyginai greitėjant, tai jis išreikštas čia plotu trikampio — O A B, vadinasi, kelias yra lygus $\frac{AB.OB}{2}$. Bendrai AB bus įgytasis greitumas V=at (per t sekundų nuo pradžios judėjimo). OB yra judėjimo laikas t. Todel nukaktas per t sekundų nuo pradžios judėjimo kelias $S = \frac{at^2}{2}$ (2).

Jeigu nuo pat pradžios judėjimo taškas juda jau greitumo V_0, tai toksai tolyginio greitėjimo judėjimas gali būti atvaizduotas figūra OFNC (18 pieš.), kuri yra konstruota šitaip. Ant ordinatos, arba ant ordinatų linijos YY, atrėžiame, išeidami iš pradžios judėjimo O, liniją proporcingą pradžios greitumui V_0 kaipo liniją OC; po

Peš. 18

sekundos iš taško E išvarome (augštyn) lygiagretiškai ordinatų linijai YY liniją $EK = V_0 + a$, jeigu a reiškia greitėjimą; po dviejų sekundų nuo pradžios judėjimo, vadinasi, iš taško D nuvarome liniją $DL = V_0 + 2a$ ir t. t. Norint surasti greitumą per t sekundų nuo pradžios judėjimo, mums tektų atrėžti ant abscisos t atkarpų, kiekvieną lygią OE, ir iš kraštutinio taško paskutinės atkarpos ant abscisos XX nuvesti lygiagretiškai ordinačių linijai YY liniją, lygią $V_0 + at$. Ir čia greitumo bėgis atvaizduotas tiesiąja linija CN, o greitėjimas yra lygus santykiams $\frac{KE_1}{CE_1} = \frac{LU}{CU} = \frac{MŽ}{CŽ} \ldots =$ tang α. Tik jau čia bus santykis nebe tarp ordinatos ir abscisos, bet tarp ordinatos priaugimo palyginti su pradžios greitumu V_0 ir abscisos $\left(\frac{Y_1 - Y_0}{X_1} = \frac{Y_2 - Y_0}{X_2},\right.$

jeigu mes skaitysime kad CO yra Y_0, $EK=Y_1$, $DL=Y_2$ ir t.t. ir $OE=X_1$, $OD=X_2$ ir t.t.) Padarytas per t sekundų nuo pat pradžios judėjimo kelias čia bus lygus COFN trapecijos plotui, vadinasi: $S = \frac{OC+FN}{2} \cdot OF$. Kadangi $OC=V_0$, $FN= v_0+at$ (bendrai kalbant per laiką t) ir $OF=t$; tai $S = \frac{v_0 + v_0+at}{2} t = (v_0 + \frac{at}{2}) t = = v_0t + \frac{at^2}{2}$ (3)

Tai bus bendra formula tolyginio gretėjimo judėjimui su pradžios greitumu v_0 ir greitėjimu a. Savaime suprantama, kad tolyginį greitėjimą su pradžios greitumu 0 arba v_0 gali atstoti tolyginis judėjimas vidutinio greitumo. Jeigu pradžios greitumas yra 0, o greitėjimas a, tai per t sekundų įgytas greitumas bus at. Vidutinis greitumas bus $\frac{0+at}{2} = \frac{at}{2}$ Vadinasi, nuvyktas kelias $s = \frac{at}{2} . t = \frac{at^2}{2}$. Tas pat tolyginio greitėjimo judėjimui su pradžios greitumu v_0. Jeigu judėjimo pradžioje greitumas yra v_0, tai per t sekundų įjudėtas (įgytas) greitumas bus v_0+at. Vidutinis greitumas bus $\frac{v_0+v_0+at}{2} = v_0 + \frac{at}{2}$, ir nujudėtas kelias $s = \left(v_0 + \frac{at}{2}\right) t = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Formula tolyginio mažejimo judėjimui su pradžios greitumu v_0 skirsis tik tuo, kad greitėjimas reikės pažymėti minuso ženklu: taigi $S = v_0t - \frac{at^2}{2}$ (4)

II. Dinamika.

20 §. Galiliejaus tyrinėjimai ir dinamikos pradžia.

Priprastas mums tolyginio greitėjimo judėjimas yra kūnų kritimas, arba puolimas, del žemės traukiamos jėgos, kurią mes vadiname svoriu. Kūnų kritimo išaiškinimo ir jo dėsnių nustatymo nuopelnas priklauso italui Galiliejui (Galileo Galilei, gimęs 1564, miręs 1642). Galiliejus yra vienas iš didžiausių fizikos mokslo pirmatakių ir tikras kūrėjas dinamikos, kuri tyrinėja ir nustato santykius tarp veikiančių jėgų ir iudėjimų. Nuolat veikiančios svorio jėgos įtakoje kūnai krinta kas akimirka greityn jr krinta taip neilgai, jog Galiliejui, kuris nėra turėjęs nei mūsų laikrodžių, nei chronometrų ir kuriam, laikui matuoti, dažniausiai tekdavo naudotis savo pulso mušimu, sunku buvo tas trumpas laikas išmatuoti, ir todel negalima buvo tolyginio greitėjimo judėjimo dėsniai nustatyti tiesioginai sekant šitą judėjimą. Galiliejus buvo priverstas griebtis priemonių, kad dirbtinai sumažintų puolimo greitumą, arba, tiksliau kalbant, puolimo greitėjimą. Jis pasinaudojo nuožulnia pluokštuma nuožulniai pastatyto ilgo lovio pavidalu. Vėliau mes pamatysime, kad ant nuožulnios plokštumos kūnai krinta daug pamažiau negu stačiai krisdami. Taigi nuožulnios plokštumos pagalba ir naudodamasis savo pulso plakimu laikui apibrėžti, Galiliejus kūnų puolimui (bendrai tolyginio greitėjimo judėjimui) tiesioginio bandymo keliu nustatė šiuos dėsnius (1602 metais):

1) Kelių dėsnis, kuris sako, kad kūnams judant ir judėjimui tolyginai greitėjant padaryti keliai arba, kūnams puolant, puolimo augščiai yra tiesioginai proporcingi laikų kvadratams. Šitas dėsnis, Galiliejaus eksperimentu patikrintas, tiesiog išeina iš lygties $s = \frac{at^2}{2}$, būtent, per 1 sekundą padarytas kelias bus $\frac{a}{2}$, per 2 sekund. $\frac{a}{2} . 4$, per tris sekundas $\frac{a}{2} . 9$ . . . . per t sekundų $\frac{a}{2} . t^2$. Iš čia mes matome, kad kelias, padarytas per pirmąją sekundą, bus lygus $\frac{1}{2}$ greitėjimo $s = \frac{a}{2}$, per antrą sekundą $3 \cdot \frac{a}{2}$, per trečią $= 5 . \frac{a}{2}$, per ketvirtą $7 . \frac{a}{2}$; vadinasi, keliai, padaryti atskiromis sekundomis, santykiuos tarp savęs taip, kaip eilė nelyginių skaičių 1, 3, 5, 7 ir t. t.

2) Antrasai dėsnis, arba greitumo dėsnis, kuris sako, kad įgytasai greitumas yra proporcingas laikui ir greitėjimui taip, kad greitumas $v = at$, prie ko mes jau buvome priėję grynai geometriškai, nagrinėdami tolyginio greitėjimo judėjimą.

21 §. Inercijos dėsnis.

Prieš Galiliejų fizikoje viešpatavo Aristotelio nuomonė, kad įvairūs kūnai krintą žemyn įvairiais greitumais. Prie tokios nuomonės lengva prieiti, sekant įvairių kūnų kritimus arba puolimus ore arba vandeny. Jeigu paleisime stačiai žemyn paukščio plunksną ir akmeniuką, tai iš tikrųjų akmeniukas daug greičiau pasieks žemę negu plunksna. Bet Galiliejus, darydamas eksperimentus su įvairios formos ir įvairaus svorio kūnų puolimu nuo pagarsėjusio kreivojo bokšto Pyzoje, nustatė tą faktą, kad kūnai krinta žemyn įvairiais greitumais ore del to, kad jiems slenkant per orą, žemės traukiamajai jėgai priešinasi jųjų trynimos į oro daleles, tarytum, prieš greitumą arba greitėjimą, atkreiptą žemyn, veikia greitėjimas, atkreiptas augštyn. Imdamas įvairios medžiagos kūnus vienodos formos ir vienodo didumo, bet nevienodo svarumo, ir laidydamas juos nuo Pyzos bokšto, Galiliejus parodė, kad tokiomis aplinkybėmis net ir ore kūnai pasiekia žemę tuo pačiu laiku. Dalykas tas, kad pasipriešinimas oro, su kuriuo susitinka krintantieji kūnai, pareina pirmiausia nuo tų kūnų formos. Pav., kartono arba medžio ritynė (diskas), mesta plokščiai (gulsčiai), krinta ilgiau, o mesta įžambiai ar stačiai — žymiai greičiau pasiekia žemę. Suprantama, nes pirmuoju atveju ritynė remiasi ant oro didesniu plotu negu antruoju.

Šiais eksperimentais ir jų interpretacija Galiliejus priėjo prie šios išvados: visi laisvai (vadinasi beorėje erdvėje) krintantieji kūnai krinta vienodu greitumu arba vienodu greitėjimu, nepaisant jų formos ir jų svorio. Šitas Galiliejaus dėsnis šiandien lengva patikrinti. Turint, sakysime, ilgą stiklinį vamzdį, iš kurio galima išsiurbti oras, įdėjus į jį, sakysime, paukščio plunksną, gabalėlį kamščio ir akmeniuką, išsiurbus orą ir ūmai apvertus jį apatiniu galu augštyn, o viršutiniu žemyn, galima konstatuoti, kad tie trys kūnai pasieks žemutinį vamzdžio galą tuo pačiu metu.

Aplamai, nuolatinė jėga veikdama kūną priverčia jį judant nuolat vis greitėti, ir tasai greitėjimas veikiančiai jėgai yra proporcingas. Šitas dėsnis irgi galutinai Galiliejaus nustatytas. Du nevienodo svorio kūnai yra dviejų nevienodų jėgų įtakoje, vadinas, jiems puolant, arba krintant, jų greitėjimai irgi turėtų būti nevienodi, o vienok Galiliejus tvirtina, kad tie du kūnai kris vienodu greitumu. Šitą prieštaravimą Galiliejus pašalino įvedęs į mechaniką inercijos principą, kurį jis suformulavo šitaip: visi kūnai stengiasi palaikyti tą savo stovį, kuriame jie yra. Norint išjudinti parimusį kūną, reikia paveikti (pastūmėti) į jį jėga, proporcinga kūno masei. Vadinasi, kūnai priešinasi kiekvienai pastangai ištremti juos iš ramybės. Ir šitą pasipriešinimą Galiliejus pavadino inercija, pripažindamas ją bendra visų fizinių kūnų savybe.

Norint išjudinti kūną, reikia įveikti jo inercija, vadinasi, reikia paveikti jėga, proporcinga kūno masei. Taip pat ir norint sustabdyti judantį kūną arba bendrai kalbant, pakeisti jo greitumą arba judėjimo linkmę, reikalinga paveikti proporcinga kūno masei jėga. Taigi sunkesni kūnai krinta žemyn įtakoje didesnės jėgos negu lengvesni kūnai. Bet ir masė sunkesnių kūnų, vadinasi jų inercija yra didesnė negu masė lengvesnių kūnų, gi galų gale visi laisvai krintą kūnai, krinta vienodu greitumu, arba, tiksliau sakant, jų kritimas vienodai greitėja.

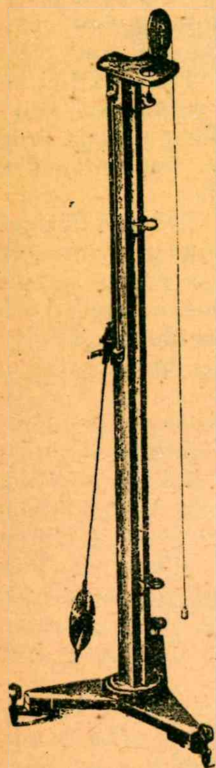
Su inercijos veikimu tenka susidurti ant kiekvieno žingsnio. Keleivis, kuris sėdi vežime, patraukus arkliui, linksta atgal, nes jo kūno inercija ne akimirksnyje jėgos įveikiama, bet tam reikalingas tam tikras laikas, nors ir trumpas, ir, be to, keleivio kojos, kurios siekia vežimo dugną, ima judėti anksčiau negu viršutinė jo kūno dalis. Priešingai, kada, traukdamas vežimą, arklys ūmai sustos, keleivis linksta į priekį, todel kad jo kojos siekdamos vežimo dugną nustoja judėję anksčiau negu jo liemuo. Kiekvienas žino, kad jeigu greitai bėgant reikia ūmai sustoti, tai reikalinga didelė pastanga. Pakabinę ant kablelio siūlą, prie jo galo pririšime rutulį ir prie kito rutulio galo prikabinus dar vieną siūlą, tempdami už šito siūlo pamaži, nuosakiai, mes matrak-

sime viršutinį siūlą, ir rutulys nudribs. Jeigu gi ūmai patrauksi žemutinį siūlą, tai nutruks žemutinis siūlas, o rutulys liks kąbėti. Paskutiniu atveju per trumpas laikas, kad mūsų traukiamoji jėga galėtų įveikti rutulio inerciją, o pirmuoju atveju jėga turí pakankamai laiko, kad įveiktų kūno inerciją.

Galiliejaus inercijos dėsnio išradimas turėjo didžiausios reikšmės fizikos srity. Su tuo Galiliejaus išradimu galima sulyginti tik Darvino nustatymas gyvų kūnų plastingumo, kaipo bendros jų ypatybės, ir gyvų būtybių evolucijos, kaipo išeinančios iš tos bendros gyvų kūnų savybės.

22 §. Atwood'o mašina.

Patikrinti Galiliejaus nustatytiems dėsniams šiandien dažniausiai vartojamas aparatas, išrastas pabaigoj 18 amžiaus anglo Atwood'o. Todel tas aparatas yra vadinamas Atwood'o mašina. Svarbiausia jo dalis (žiūr. 19 pieš.) yra ritulis (skridinys), kuris sukasi kuo mažiausiai trindamasis ant ašies, įdėtas į tam tikrus rėmus, kietai sujungtus su plotme (platforma), kuri jungia viršutinius galus keturkampio mašinos šulo ir mastinės tiesyklės. Šulas ir tiesyklė turi nuo 2 iki 3 metrų augščio. Žemutiniai šulo ir tiesyklės galai kietai sujungti su mediniu arba geležiniu mašinos pagrindu trikampio pavidalo, kuris remiasi ant grindų trimis sraigtais. Ritulio apskritime įbrėžtas griovelis taip, kad per ritulį galima būtų permesti siūlas, prie kurio abiejų galų prikabinti 2 vienodo svorio pasvarai nn. Paprastai prie mašinos pridedami dar 2 poriai tokių pat arba didesnių pasvarų, kurie galima būtų, reikalui esant, prijungti prie pasvarų nn iš apačios. Be to, pridedama 2 arba 3 poriai mažesnių pasvarėlių, paprastai iš misingio, grindies pavidalo, su įpjova, arba šlanka taip, kad jie galima būtų užmauti ant pasvarų nn iš viršaus. Pagaliau pridedami 2 arba 3 pasvarėliai išilginės plokštelės pavidalo, per vidurį įpjauti taip, kad jie irgi galima būtų užmauti ant pasvarų nn iš augšto. Prie tiesyklės galima pritraukti sraigtais maža plotmelė (platforma) P ir grindis K su apskrita skyle tokio didumo, kad per ją laisvai galėtų pereiti pasvaras n su uždėtais ant jo pasvarėliais grindžių pavidalo, bet kad negalėtų pereiti ir būtų sulaikytas uždėtas ant pasvaro n išilginis pasvarėlis r. Kiek žemiau viršutinės mašinos plotmės randasi maža plotmė apskritos plokštėlės pavidalo ant šalnierių taip, kad ji gali būti atlenkta žemyn arba nustatyta gulsčiai. Mašinos užpakaly matyti sekundinė švytuoklė, sujungta su maža plotmele laužtos svirties pagalba, taip kad imant švytuoklei svyruoti, plotmė nustoja paramos ir atlinksta žemyn.



Pieš. 19

Prieš pradedant eksperimentus ant Atwood'o mašinos, reikia pasirūpinti, kad jos šulas ir mastinė tiesyklė stovėtų stačiai (vertikaliai). Artimesnis nuo skalos pasvaras n stumiamas žemyn, kol jis įeis į grindį K, ir žiūrima, kad jis liuosai ten kabėtų. Jeigu to nėra, veikiama sraigtaís, kol bus atsiekta, kad pasvaras visiškai liuosai pereitų per grindį, neužkliūdamas už kranto. Pastūmėję pasvarą n iš dešinės pusės augštyn, mes turėtume čia tolyginį judėjimą dešiniojo pasvaro augštyn ir kairiojo pasvaro žemyn, jeigu nebūtų skritulio trynimosi. Tam trynimosi veikimui kompensuoti, galima, sakysime, ant kairiojo pasvaro uždėti toks pasvarėlis, kuris kaip tik yra lygus trynimosi jėgai. Tobūlesnės konstrukcijos mašinose trynimo momentas sumažinimas, duodant skritulio ašiai suktis tarp dviejų porių skritulių, pastatytų iš priešakio ir iš užpakalio, ir sukantis tiems skrituliams į priešingas puses.

Jeigu mes paimtum vieną iš pasvarėlių grindies pavidalo ir paleistume jį iš rankų, tai jis kristų žemyn tokiu greitėjimų, kurį jam suteikė žemės traukiamoji jėga, ir tas greitėjimas, pasak Galiliejaus, visiems kūnams yra vienodas. Pažymėsime

šitą žemės greitėjimą raide g. Tas greitėjimas nevienodas įvairiose žemės vietose ir pareina nuo geografinės platumos. Taip antai, ant ašigalio jis lygus 983 cm. per sekundą, o ant pusiaujo 978 cm. Kauno platumoje šitas greitėjimas bus apie 981 cm. Vėliau mes pamatysime, kad užvis lengviau žemės greitėjimas nustatyti švytuoklės pagalba, bet yra ir kitokių priemonių. Jeigu mes minėtąjį grindinį pasvarėlį užmausime ant kairiojo pasvaro, tai jis irgi kris žemyn, stumdamas žemyn pasvarą, bet žymiai mažesniu greitėjimu, nes dabar jo svoris kaipo jėga turi įveikti ne tik savo inerciją, bet dar inerciją dviejų pasvarų n ir skritulio inercijos momentą, kurį pažymėsime raide M. Tegu grindinis pasvarėlis sveria p gr., o kiekvienas iš pasvarų n po P gr. Atmindami, kad masės proporcingos svoriams, mes galime pasakyti, kad krintant laisvai pasvarėliui p gr., jis turės greitėjimą g. Jeigu jis užmautas ant kairiojo pasvaro n, tai jis krinta žemyn, vilkdamas masę M+2 P+p su greitėjimu x. Iš čia išeina proporcija

$$x : g = p : (M+2P+p).$$

iš kurios seka $x = \frac{g \cdot p}{M+2P+p}$

Pavyzdžiui, tegu pasvarai n sveria po 70 gr.; uždėsime ant kiekvieno iš jų grindinius pasvarėlius po 2 gr. ir dar uždėsime ant kairiojo pasvaro grindinį svorelį 2 gr. Tegu judančioji skritulio masė, arba vadinamasis jo inercijos momentas, bus lygus 50-ms gr., tada jėga, svoris 2 gramai, turės vilkti masę 50+72+72+2, iš viso 196, vadinasi, greitėjimas bus $= \frac{g \cdot 2}{196} = \frac{981 \cdot 2}{196} = 10$ cm. (apskritai). Taigi Atwood'o mašina duoda galimumą sekti masių kritimą, sumažinus greitėjimą kaip nori.

Kad patikrintum kelių dėsnį, viršutinę plotmelę sujungtos su švytuokle laužtos svirties pagalba paguldysime gulsčiai ir uždėsime ant tos plotmės kairįjį pasvarą n su dviem grindiniais pasvarėliais po 2 gr. kiekvienas. Tada dešinysis pasvaras n su vienu grindiniu pasvarėliu 2 gr. bus už vis žemiau. Iš tolyginio greitėjimo judėjimo lygties $s = \frac{at^2}{2}$ išeina, kad per pirmą sekundą padarytas kelias bus $\frac{a}{2}$, arba prisilaikant mūsų pavyzdžio, kur greitėjimas bus 10 cm., tas padarytas per pirmą sekundą kelias bus 5 cm., per antrą sekundą padarytas kelias bus 5 . 4 = 20, per trečią sekundą 5 . 9 = 45 cm. ir tt. Nuimkime nuo mastinės tiesyklės grindį K, o plotmę P pakelkime ant tiesyklės augštyn taip, kad josios paviršius atsidurtų 5 cm. žemiau mažos viršutines plotmės ir pavarykime švytuoklę. Pastaroji laužtos svirties pagalba atims paramą nuo viršutinės plotmelės, ji atlinks žemyn ir paliuosuos pasvarą n. Pirmąją sekundą švytuoklė atmuš tuo pat metu, kai pasvaras n susiduos į plotmę P. Paprastai visiško laiko sutikimo čia sunku atsiekti, žodžiu sakant, sunku tokiu eksperimentu ant Atwood'o mašinos tiksliai patikrinti, kad kelias, padarytas per pirmąją sekundą, yra lygus pusei greitėjimo, bet visgi apytikriai galima tai nustatyti. Sekant judėjimą per 2, 3 ir daugiau sekundų,kelių dėsnis gali būti patikrintas daug tiksliau. Vėl padėkime pasvarą n su priediniais pasvarėliais ant viršutinės plotmės, o plotmę P pritraukime taip, kad ji būtų 20 cm. žemiau viršutinės plotmės. Pastūmę švytuoklę, mes vėl atlenksime plotmę žemyn, atpalaiduodami pasvarą n, ir jis susiduos į plotmę P kartu su antros sekundos atmušimu. Vėl padėkime pasvarą n ant viršutinės plotmės, o plotmę P prijunkime taip, kad ji būtų 45 cm. žemiau viršutinės plotmės. Tada paleistas pasvaras n susiduos į plotmę P atmušant trečiąją sekundą. Tuo būdu mes galime patikrinti Galiliejaus suformuluotą kelių dėsnį.

Patikrinti greitumo dėsniui, kuris sako, kad greitumas yra tiesioginai proporcingas laikui, reikia turėti omeny inercijos veikimas. Iš lygties v = a.t įgytas per pirmą sekundą greitumas, mūsų pavyzdį imant, bus 10 cm., per antrą sekundą 20 cm., per trečią sekundą 30 cm, ir t. t. Be plotmės P, dabar reikia prie mastinės tiesyklės pritraukti grindis K, nuimti nuo pasvaro n grindinis pasvarėlis 2 gr. ir užmauti ant šito pasvaro n išilginis pasvarėlis, lygus 2 gr., taip kad visa judančioji masė būtų tokia pat, kaip ir pirmoj eilėj eksperimentų, būtent 196. Pasvaras n su išilginiu pasvarėliu statomas ant viršutinės plotmės, grindis K pritraukiama atokumu 5 cm.

Nuo jos vadinasi paleistas pasvaras n per pirmą sekundą pereis per šitą grindį, palikdamas ant jos priedinį pasvarėlį, kuris šiuo atveju yra varomoji jėga. Inercijos dėsniu nuo to momento, kada nustos jėga veikusi, masė slinks toliau įgytu greitumu, vadinasi, po 10 cm. per sekundą. Taigi plotmė P reikia pritraukti 15 cm. žemiau viršutinės mažos plotmės. Padėję pasvarą n su išilginiu pasvarėliu ant viršutinės plotmės ir paleidę švytuoklę, mes konstatuosime, kad pasvaras n susiduoda į plotmę P, mušant antrą sekundą, vadinasi, per antrąją sekundą masė padaro kelią, lygų 10 cm., kitaip sakant, jėgai nustojus veikti, masė slenka toliau įgytu greitumu.

Padėsime vėl pasvarą n su išilginiu priediniu pasvarėliu ant viršutinės plotmės, grindį K pritrauksime 20 cm. žemiau viršutinės plotmės (kelias, kuris bus nukeliautas per dvi sekundas), o plotmę P pritrauksime 40 cm. žemiau. Paleidę švytuoklę, mes konstatuosime, kad pasvaras n ištiks į plotmę P tuo pat metu, kai švytuoklė išmuš trečiąją sekundą. Mušant antrąją sekundą, pasvaras eina per grindį ir išsivaduoja nuo priedinio pasvarėlio, vadinasi, jėga nustoja veikusi ir tada pasvaras slenka toliau įgytu per 2 sekundas greitumu, būtent, 20 cm., ir tą atokumą ir pereina per trečiąją sekundą. Padėję pasvarą n vėl ant viršutinės plotmės, grindį K 45-kiais cm., o plotmę P 75 cm. žemiau viršut. plotmės, mes tuo pat būdu konstatuosime, kad per tris sekundas įgytas greitumos yra 30 cm.

Iš tų bandymų galima padaryti išvada, kad įgyti greitumai yra proporcingi kvadratinėms šaknims iš dvigubai paimtų padarytų kelių arba puolimo augščių: $10 : 20 : 30 = \sqrt{2.5} ; \sqrt{2.20} ; \sqrt{2.45} = \sqrt{10} ; \sqrt{40} : \sqrt{90} = \sqrt{10} : 2 \sqrt{10} : 3 \sqrt{10} = 1 : 2 : 3.$

Atwood'o mašina galima taipogi patikrinti santykiai tarp masių, veikiančių jėgų ir greitėjimų. Nuėmus nuo pasvarų n n grindinius pasvarėlius po 2 gr., ir uždėjus dabar grindinius pasvarėlius po 1 gr. ir dar ant kairiojo pasvaro n uždėjus išilginį pasvarėlį 4 gr., visa judančioji masė bus $71 + 71 + 50 + 4 = 196$, kaip buvo ir anksčiau, bet varomoji arba veikiančioji jėga dabar bus išreikšta pasvarėliu 4 gr., būtent, bus 2 sykiu didesnė negu pirmuoju atveju. Vadinasi, greitėjimas dabar bus irgi du sykiu didesnis, būtent, ne 10, o 20 cm. per sekundą. Patikrinti šitai išvadai mes galime Atwood'o mašina atkartoti tyrimus (eksperimentus) su nukeliautais keliais ir įgytais greitumais, kaip jau anksčiau nurodyta. Suderindami pirmąją eilę tyrimų su šita antrąja, mes pastebėsime, kad esant lygioms judančioms masėms, greitėjimai yra tiesioginai proporcingi veikiančiosioms jėgoms: $f_1 : f_2 = a_1 : a_2$ (f_1 ir f_2 veikiančiosios jėgos, a_1 ir a_2 jų įvaryti greitėjimai arba įgreitinimai).

Toliau mes galime patikrinti, kad judančiosioms masėms esant nelygioms, jėgos tur būti proporcingos toms masėms, kad jos tiek pat įgreitintų (pagreitintų, įvarytų), suteiktų joms tą pat greitėjimą. Nuimkime nuo pasvarų n n visus pridėtuosius pasvarėlius, prijunkime prie kiekvieno po naują pasvarą, lygų 98 gr., uždėkime ant kiekvieno 2 grindinius pasvarėlius po 1 gr ir pagaliau uždėkime ant kairiojo pasvaro n priedinį išilginį pasvarėlį, lygų 4 gr. Dabar judančioji masė bus $70 + 70 + 98 + 98 + 1 + 1 + 4 + 50 = 392$, o varomoji jėga bus 4 gr., vadinasi, greitėjimas čia bus 10 cm., kaip pirmojoj tyrimų eilėj. Tam patikrinti reikia atkartoti pirmosios eilės tyrimai su šita naująja mase. Suderindami pirmąją tyrimų eilę su šita trečiąja eile, mes gausime išvadą, jog jėgos turi būti tiesiai proporcingos masėms, kad jas tiek pat įgreitintų, suteiktų toms masėms tą pat greitėjimą: $f_1 : f_2 = m_1 : m_2$ (f_1 ir f_2 jėgos, m_1 ir m_2 masės).

Pagaliau Atwood'o mašina galima pasinaudot nustatyti santykiams tarp masių ir greitėjimų, veikiant lygioms jėgoms. Tie santykiai aiškiai išeina iš antrosios eilės tyrimų, kur masė buvo 196 gr., pagreitėjimas 20 cm. ir veikiančioji jėga 4 gr., ir iš paskutinės eilės tyrimų, kur masė buvo 392 gr., pagreitėjimas 10 cm., veikiančioji jėga taip pat 4 gr. Taigi veikiančiosioms jėgoms esant lygioms, greitėjimai yra atvirkščiai proporcingi masėms $m_1 : m_2 = a_2 : a_1$.

Išeidami iš tų tyrimų, mes sakome, kad kiekviena veikianti jėga yra proporcinga masei ir greitėjimui, kurį ji suteikia tai masei, kitaip kalbant, kiekvieną jėgą mes galime išreikšti šitokia lygtimi:

$$f = k. m. a.$$

Kai del proporcingumo koeficiento k., tai jo dydis pareina išimtinai nuo to, kuriuos vienetus mes priimsime masei, greitėjimui ir jėgai.

23 §. Trys pagrindiniai mechanikos dėsniai, arba aksiomos.

Remdamasis Galiliejaus tyrimais ir tyrinėjimais, anglas Isakas Newton'as patiesė tvirtus pamatus dinamikai, kuri nuo to laiko net vadinama Newton'o mechanika. Newton'as, gimęs 1642 m. Anglijoj, ūkininko sūnus, ir miręs 1727 m., buvo vienas iš didžiausių mūsų pasaulio matematikų ir fizikų, padarė daugybę įvairių išradimų visose fizikos srityse, išrado diferencinę ir integrinę skaičiuotę gangreit tuo pačiu laiku, kaip filosofas Leibnicas, bet visiškai jo nepriklausydamas, ir parašė daugybę veikalų teorinės reikšmės. Svarbiausias jo veikalas vadinasi «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica» (Gamtos filosofijos matematiniai dėsniai). Tai yra didelė knyga, kuri iki šios dienos turi pagrindinės reikšmės fizikai ir visur yra pripažinta kaipo vienas iš tobūliausių klasinių kūrinių fizikos srity. Šitam veikale dinamikos pagrindai Newton'o suformuluoti šių trijų dėsnių, arba aksiomų, pavidalu:

I. Kiekvienas kūnas stengiasi palaikyti savo relatyvios ramybės arba relatyvaus tolyginio tiesialinio judėjimo stovį, keisdamas tokį savo stovį tik išorinei jėgai paveikus (inercijos dėsnis).

II. Judėjimo atmaina visuomet yra proporcinga veikiančiai jėgai ir eina tiesia linija, kuria ta jėga veikia (jėgos, arba nepriklausomybės, dėsnis).

III. Veikimas ir priešveikimas (atveikimas) visuomet lygūs didumo atžvilgiu ir priešingi pakraipos atžvilgiu, arba dviejų kūnų vienas kito veikimai visuomet lygūs ir atkreipti į priešingąsias puses (akcijos ir reakcijos dėsnis).

Esminė pirmojo dėsnio prasmė yra ta, kad judėjimui palaikyti nereikia jėgos, bet judėjimui pakeisti (suprantant parimimą, arba ramybės stovį, kaipo ypatingą judėjimo atsitikimą) greitumo arba linkmės atžvilgiu. Mes žinome, kad konkrečiomis sąlygomis kiekvienas judėjimas sustoja, jeigu jis nepalaikomas tam tikra jėga, bet tai atsitinka del trynimosi, į kurį tenka žiūrėti kaipo į ypatingą jėgą, atkreiptą prieš judėjimą. Medžio rutulys, pastumtas ant grindinio, gana greit sustos, nes grindinio nelygumai yra priežastis didelio trynimo. Pastumtas ta pačia jėga tas pats rutulys ant plento riedės ilgiau ir sustos vėliau, nes plento nelygumai yra mažesni negu paprastojo grindinio, taigi ir trynimo jėga, atkreipta prieš judėjimą, yra mažesnė. Pagaliau tas pats rutulys, pastūmėtas ta pačia jėga ant ledo, riedės užvis ilgiau ir nuriedės užvis didesnį kelią, nes ledo paviršius yra dar daug lygesnis negu plento paviršius. Iš čia išeina, kad jeigu mes pastūmėtume rutulį ant visiškai lygaus paviršiaus, tai tas rutulys riedėtų amžinai. Taigi konkrečiomis aplinkybėmis inercijos dėsnis yra užmaskuotas trynimosi jėgų veikimu, ir išorinė jėga yra reikalinga ne judėjimui palaikyti, bet trynimui įveikti.

Kiekvienam savaime suprantama, kad reikalinga išorinė jėga riedančiam rutuliui sustabdyti arba jo greitumui sumažinti arba padidinti ir pagaliau pakeisti jo judėjimo linkmei. Žemė sukasi apie saulę rato apskritimu gangreit vienodu greitumu. Tam žemės judėjimui palaikyti išorinė jėga nereikalinga, bet iš inercijos žemė stengiasi kiekvieną judėjimo momentą eiti tiesia linija (tangentine linija į rato apskritimo tašką). Taigi, čia jėga reikalinga tik atkreipti žemės keliui nuo tos tangentinės linijos. Ir ta jėga turi veikti nuolat, kad žemė eitų rato arba elipsės apskritimu apie saulę.

Jeigu mes paimsim 2, sakysime, mediniu rutuliu nevienodo didumo, tai mes instinktyviai suprasime, kad didesnis rutulys turi daugiau medžiagos, arba materijos, arba, kitaip kalbant, turi didesnę masę. Bet jeigu mes paimtume 2 nevienodo didumo rutuliu iš įvairios medžiagos, pav., mažą medinį ir didesnį kamščio rutulį, tai jau čia negalėtume tvirtinti, kad didesnis rutulys turi ir daugiau medžiagos, nes iš tikrųjų dažnai būna kaip tik atbulai. Taip pat turėdami vienodo didumo rutulius

iš medžio ir geležies, mes negalime tvirtinti, kad jų materijos kiekiai yra lygūs. Dalykas tas, kad materijos tankumas įvairiuose kūnuose nevienodas, arba, kitaip kalbant, tarpai tarp materijos dalelių vieniems kūnams didesni, kitiems mažesni. Padėję tuodu rutuliu ant lygaus stalo ir pastūmėję juodu tuo pačiu metu ta pačia jėga, mes pamatysime, kad medinis rutulys nuriedės žymiai toliau negu geležinis, vadinasi, medinio rutulio inercija yra žymiai mažesnė negu geležinio. Norint suteikti to paties didumo medžio ir geležies rutuliams vienodus greitėjimus, reikės pastūmėti geležinis rutulys didesne jėga negu medinis, ir tiek sykių didesne, kiek geležinio rutulio inercija yra didesnė negu medinio. Žodžiu sakant, tiktai inercija, arba, kitaip kalbant, ta pasyvi kūnų reakcija (atospyris), kuri priešinasi kiekvienai išorinei pastangai pakeisti jų stovį, duoda mums supratimą bendrai apie materiją ir ypatingai apie jos kiekį tame arba kitame kūne. Jeigu mums tektų spręsti, ar tas arba kitas dalykas priklauso prie materijos kategorijos, tai mums reikėtų tik konstatuoti, ar tas dalykas turi inerciją — tą bendrą materijos ir, vadinasi, visų fizinių kūnų savybę, kuri apsireiškia visiškai nepriklausydama svarumo ir kitokių jėgų.

Taigi Newton'o fizikoj tiktai inercija yra tikras materijos pažymys, ir jos didumas duoda mums supratimą apie materijos kiekį, arba masę.

25 §. Antrojo dėsnio interpretacija. Judėjimo kiekis arba momentas. Jėgos vienetas.

Kad aiškiau suprastume antrąjį Newton'o dėsnį, atsižvelgsime į savaime mums suprantamą faktą, kaipo išeinantį iš mūsų raumenų jausmų, kad reikalinga jėga arba tam tikros pastangos, norint atsistoti ir imti eiti arba bėgti, norint bėgus sustoti arba imti bėgti kita linkme, ir juo didesnė jėga, juo didesnis bėgio greitumas ir kūno masė. Šitą mūsų asmens prityrimą mes pritaikiname prie visų fizinių kūnų judėjimų ir skaitome, kad juo didesnė bus kūno masė ir juo didesnis greitumas, juo didesnis bus kūno judėjimo kiekis arba judėjimo momentas, ir, vadinasi, juo didesnė bus jėga, reikalinga tam judėjimo momentui pakeisti. Judėjimo momentas yra gan senas terminas dinamikoj, ir taip pavadintas dydis išreiškiamas sandauga iš judančios masės m ir jos greitumo v (=mv). Tai yra vektorinis dydis, kaip greitumas, jėga ir t.t., ir prie jo galim pritaikinti paralelogramo dėsnį. Išeidami iš judėjimo momento sąvokos, mes galime formuluoti antrąjį Newton'o dėsnį taip:

kiekviena jėga matuojama judėjimo kiekiu, arba momentu, kurį ji sukuria arba panaikina per sekundą savo veikimo linkme.

Taigi šitas dėsnis nustato aiškų santykį tarp jėgos ir judėjimo. Kadangi įgytas per vieną sekundą greitumas yra lygus greitėjimui $\left(\frac{v}{t} = a\right)$, tai mes galime parašyti, kad jėga

$$f = m \,.\, a \quad (4)$$

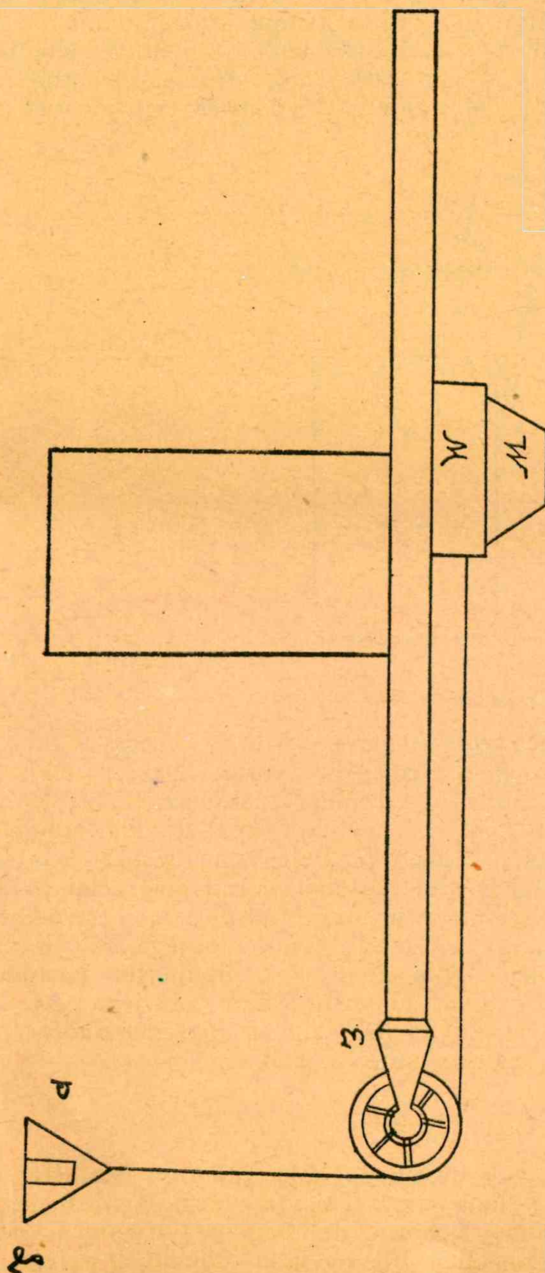
Formuluotas tuo būdu antrasis Newton'o dėsnis duoda galimumo nustatyti jėgos vienetą cm. gr. sek. sistemoj, būtent, laikyti jėgos vienetu tokią jėgą, kuri suteikia vienam gr. per sekundą greitėjimą vieno cm., šitas jėgos vienetas vadinasi dinà (dynė, Graikų žodis, reiškia jėgą).

Kadangi svoris yra jėga ir visos kitos jėgos kaipo tos pačios rūšies dydžiai galima sulyginti su svoriais, tai galima būtų laikyti jėgos vienetu ir vienas gr. kaipo svorio vienetas, kas praktikoj dažnai ir daroma (statinis jėgos vienetas, apie kurį mes kalbėsime vėliau). Bet iš Galiliejaus tyrinėjimų ir patikrinimų jo dėsnių Atwood'o mašina mes žinome, kad jėga-svoris, lygi vienam gr., suteikia masei vieno gr. greitėjimą 981 cm. per sekundą, tai reiškia, kad vienas gr. paimtas kaipo jėgos vienetas būtų lygus 981 dinai, ir tada jėgos vienetas neatatiktų visiškai judėjimo momento vienetui arba tektų paimti 981 sykį didesnis ilgio vienetas vietoj vieno cm. Be to, mes žinome, kad svoris pareina nuo kūno padėties ant žemės. Taip antai, ant ašigalio vienas gr. sunkesnis pustrečiu ($2^1/_2$) mg-mu negu ant vandenyno lygumos 45^0 geografinės platumos. Taip pat tas pats gr. yra $2^1/_2$ mgr. lengvesnis ant pusiaujo. Pagaliau ant augšto kalno svoris bus mažesnis negu ant žemės paviršiaus. Tuo tarpu masė visose tose aplinkybėse palieka be atmainos. Pasinėręs vandeny žmogus gangreit nustoja savo svorio ir pa-

siekdamas dugną gangreit nepajus susitrenkimo. Bet susidūręs su krantu jis pajus griežtą smūgį kaipo išdavą judėjimo momento pakitėjimo ir savo masės pastovumo. Svarbu įsidėmėti dinos didumas: $f = ma = m\frac{v}{t} = m.\frac{l}{t^2} = m.\ l.\ t^{-2}$. Kadangi švoris vieno gr., laisvai krisdamas žemyn, turi greitėjimą 981 cm. per sekundą—sekundą, tai reiškia, kad svoris vienas gr. yra lygus 981 dinai, arba viena dina gali būt prilyginta svoriui 1,02 mg.

26 §. Trynimos.

Kada kūnai šliaužia arba rieda kokiu nors paviršiumi, tai dėliai to paviršiaus nelygumų arba jo šiurkštumo susidaro ypatingas judėjimui pasipriešinimas, kurį mes vadiname trynimosi jėga. Ta jėga visuomet yra atkreipta prieš judėjimą ir pagaliau sustabdo kiekvieną judėjimą, nepalaikomą išorinės jėgos veikimu, maskuodama inercijos dėsnį, kaip tai jau esame matę augščiau. Taigi trynimo jėga visuomet naikina judėjimo momentą. Pažymėdami veikiančiąją jėgą raide f (dina), o veikiančią prieš ją trynimosi jėgą f_0, išeidami iš anksčiau pasakyta, mes galime parašyti tokią lygtį; $f - f_0 = ma$, arba $f = f_0 + ma$. Tai reiškia, kad dalis jėgos f sukurto judėjimo momento panaikinama trynimosi ir tik dalis **ma** apsireiškia judėjime. Tiksliau būtų pasakius, kad kiekvienu judėjimu (ar tai bus šliaužimas ar riedėjimas), sukurtas jėgos momentas f dalimi išaikvojamas suteikiant tam tikrą judėjimo momentą žemei, nes dažniausiai kūnai šliaužia ir rieda ant žemės. Šitą dalį mes ir vadiname trynimo momentu.

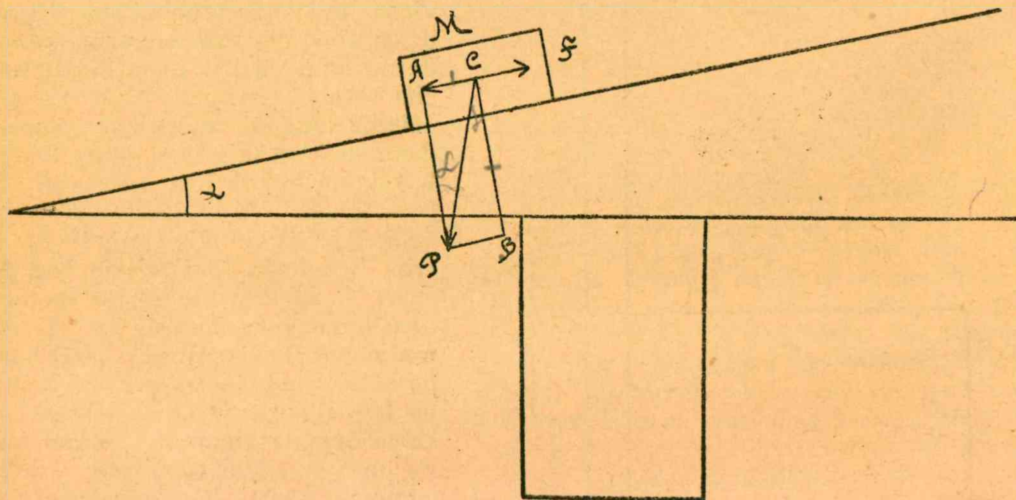


Pieš. 20

Kiekvienas kūnas, ar jis būtų ant stalo, ar ant grindų, ar paprastai ant žemės, pirmų pirmiausia spaudžiamas prie savo paramos (pagrindo) savo svarumu P gr. Kad tas kūnas imtų šliaužti, reikia paveikti (pastūmėti) jis paraleliai paramos paviršiui tam tikra jėga, sakysime p kg. Santykį $\frac{p}{P}$ mes ir vadiname šliaužimo trynimosi koeficientu, kuris duoda mums galimumo apskaityti trynimosi jėgą šliaužimui, kas turi savo ir teorijos ir praktikos reikšmės. Nustatyti šitam koeficientui (pažymėsime jį raide n) galime pasinaudoti aparatu, kurį atvaizduoja 20-sai piešinys. Tai yra paprastas stalas, ant kurio guli stulpelis M tiesiakampio paralelepipedo pavidalu. Prie stalo galo E pritaikintas nekilnojamas skridinys (skritūlis), per

kurį permestas raikštukas. Vienas to raikščio galas pririštas prie stulpelio M, o prie kito raikščio galo prikabinta lėkštė L, ant kurios dedami svoriai (pasvarai). Uždėsime ant stulpelio M dar svorį W taip, kad tas stulpelis bus prispaustas prie stalo svoriu P kg, kuris yra lygus sumai stulpelio svorio ir ant jo uždėto svorio W. Ant lėkštės L dedame svorius, kol stulpelis M su uždėtu ant jo svoriu W pradės čiaužti. Sakysime, tai atsitiks, kada mes ant lėkštės uždėsime p kg. Tada trynimosi koeficientas augščiau duotąja definicija $= \frac{p}{P} = n$

Kitu keliu trynimosi koeficientas nustatomas remiantis nuožulnios plokštumos dėsniais. Paimkime stalą, padarytą iš dviejų lentų knygų pavidalu taip, kad viena iš tų lentų ant šalnierių galima būtų pastatyti tam tikru kampu kitos lentos atžvilgiu (žiūr. 21 pieš.). Padėję stulpelį M ant stalo viršutinės lentos ir keldami šitą lentą augštyn, mes pasieksime tokį kampą tarp abiejų stalo lentų, prie kurio stulpelis M ims šliaužti žemyn. Kada lenta esti gulsčia, tai stulpelis prispaustas prie jos visu savo



Pieš. 21

svoriu, kurį pažymėsime raide P kg. Jeigu lenta su akiračiu sudaro kampą α, tai tada stulpelis spaudžiamas prie tos lentos jau nebe visu savo svoriu P, kuris veikia statinai (stačiai,) arba vertikalinai, bet tik to svorio dalimi stàtmenai lentai. Kad surastumėm šitą dalį jėgos-svorio P lygiai kaip ir tą jo dalį, kuri traukia stulpelį M išilgai lentos, mes skaidome svorį-jėgą P eidami paralelogramo dėsniu į 2 jėgas: vieną CB statmenai pakeltai stalo lentai ir kitą CA išilgai ir lygiagrečiai pakeltai stalo lentai. Skaitant, kad jėga-svoris pridėta prie taško C, kurį mes pavadinsime stulpelio svarumo centru (apie tai bus vėliau), veikianti išilgai lentos jėga $AC = P \,.\, Sin\alpha$.

Jeigu turint kampą α pasiektas toks dalykų stovis, kad silpniausio pastūmomi pakanka, idant stulpelis M imtų šliaužti žemyn, tai reiškia, kad tada jėga AC kaip tik yra lygi atkreiptai prieš ją trynimo jėgai CF. Išeidami iš augščiau duotos definicijos trynimosi koeficiento mes dabar galime parašyti, kad

$$n = \frac{P \,.\, sin\alpha}{P \,.\, cos\alpha} = tang\alpha$$

kitaip kalbant, trynimosi koeficientas tarp dviejų paviršių gali būti išreikštas tangentu kampo, kuriuo kaip tik prasideda šliaužimas. Tai yra vienas iš tiksliausių ir paprasčiausių šito koeficiento apibrėžimų. Bendrai del šliaužimo trynimosi galima pasakyti, kad tas dydis nepareina nuo šliaužiančiųjų paviršių didumo, ir pareina tiktai nuo tų paviršių medžiagos, jų šiurkštumo ir spaudžiamos jėgos, kuriai jis plačio-

se ribose yra proporcingas. Duosime čia keletą pavyzdžių šliaužimo trynimosi koeficientui:

1) medis ant medžio 0,2 — 0,5
2) medis ant akmens 0,4
3) geležis ant akmens 0,3 — 0,7
4) medis ant metalo 0,2 — 0,6
5) šikšna ant metalo 0,56
6) metalas ant metalo 0,15 — 0,25.

Kūnams riedant trynimo momentas yra žymiai mažesnis, nes relatyvus judėjimas vienų dalių iš atžvilgio į kitas dalis yra čia mažesnis. Taigi dažnai sumažinti trynimas galima, ypač turint darbo su sukimuosi, įdėjus tarp ašies ir buksvų apskritų kūnų. Paprastas būdas sumažinti trynimui tarp ašies ir buksvų (tai yra šliaužimo trynimas)—yra tepalo vartojimas. Tepalas sudaro tarp ašies ir buksvų ploną sluogsnį skystos medžiagos taip, kad sukantis ašiai, tenka įveikti trynimas tarp skysto kūno šliaužiančių sluogsnių, kuris yra žymiai mažesnis negu trynimas tarp kietų kūnų dalelių.

Bendrai trynimasis tarp skystų kūnų seka skirtingais dėsniais ir žymiai pareina ne tik nuo medžiagos, bet ir nuo greitumo.

27 §. Trečiasai Newton'o dėsnis.

Tegu jėga F dinų veikia per t sekundų laiko. Duotąja jėgos ir judėjimo momento definicija šita jėga suteiks kūnui F . t judėjimo momento vienetų. Iš kitos pusės, jeigu ta jėga, veikianti per t sekundų, suteikia masei m greitumą v, tai suteiktas judėjimo momentas bus m . v. Taigi

$$F \cdot t = m \cdot v \quad (5)$$

Jeigu aš pridėjęs prie uolos ranką spaudžiu gulsčiai jėga f, tai aš tuo būdu visai žemei suteikiu judėjimo momentą f. Bet kad aš galėčiau rankomis spausti uolą, man reikia kojomis atsiremti į žemę ir spausti kojomis į priešingą pusę. Vadinasi, tuo pačiu metu mano kojos suteikia žemei tokio pat didumo judėjimo momentą, bet atkreiptą į priešingą pusę. Todel ir uola, ir mano kūnas, ir žemė šiuo atveju pasilieka ramybėj. Jeigu aš bėgu greitumo V ir mano masė yra m, tai mano judėjimo momentas yra m. V, ir savo kojomis aš suteikiu žemei tokį pat judėjimo momentą, tiktai atkreiptą į priešingą pusę. Bet suteiktas žemei greitumas v, žinoma, bus daug mažesnis negu mano greitumas, nes žemės masė M yra daug didesnė negu mano masė. Svarbu, kad trečiuoju Newton'o dėsniu $m \cdot V = M \cdot v$ (kiekvienam veikimui visuomet susidaro lygus jam atveikimas).

Jeigu aš nustoju bėgęs, tai mano kojos suteikia dabar žemei priešingą momentą ir panaikina tuo būdu anksčiau suteiktą momentą. Bet žemė, spaudžianti į mano kojas, suteikia joms irgi priešingą momentą ir panaikina anksčiau įgytą momentą Tai gi viskas pasilieka tvarkoj. Kaip paveiksi, taip bus atsiliepta, kiek duosi, tiek bus sugrąžinta, ir mes turime svarbią lygtį $m. V + (-M. v) = 0$, kas reiškia, kad visas mano kūno ir žemės judėjimo momentas pasiliko be atmainos, kol veikia vidurinės jėgos sistemos: mano kūnas ir žemė. Tai yra viso judėjimo momento sulaikymo dėsnis, kuris tiesioginai išeina iš trečiojo Newton'o dėsnio. Tai reiškia, kad judanti kūnų sistema pasilieka pusiausvyroj, kol įsikiša veikimas kokių nors išorinių jėgų.

Paaiškinti šitam dėsniui duosime čionai dar pavyzdį sistemos dviejų judančių kūnų: vežimo ir arklio. Trečiuoju Newton'o dėsniu kiekvieną judėjimo akimirką arklio jėga kompensuojama priešinga vežimo jėga. Kai kuriems žmonėms atrodo tai kaip ir nesąmonė, bet tikra tikrenybė yra tokia: kiekvieną judėjimo momentą arklio jėga suteikia judėjimo momentą vežimui ir trynimosi momentą žemei anksčiau duota lygtimi $f = f_0 + m \cdot a$. Jeigu nebūtų jokio trynimosi, tai visiškai nereikalingas būtų ir arklys palaikyti vežimo judėjimui. Arklio jėga yra tam reikalinga, kad visą laiką įveikdinėtų trynimąsi ir suteikdinėtų vežimui tam tikrą judėjimo momentą, ir šitie du momentai visuomet yra lygūs arklio judėjimo momentui ir kompensuoja jį.. Taigi ir čia visą laiką mes turime pusiausvyrą judėjimo sistemoj: žemė, vežimas, arklys

Dar vienas artileristams gerai žinomas pavyzdys judėjimo momento sulaikymo, tai tas, ką jie vadina atatranka. Šaunant iš patrankos, šovinys išlekia i vieną pusę, o patranka tuo pačiu momentu pasitraukia į priešingą pusę. Žodžiu sakant, jeigu šovinys įgyja judėjimo momentą viena linkme, tai patranka įgyja tokį pat judėjimo momentą priešinga linkme. Pažymėsime šovinio masę raide m, ir jam sprogstamos medžiagos suteiktą greitumą V, patrankos masę M, o jos vidutinį greitumą pasitraukiant atgal v, tada mes turime: m. V =M: v, arba m. V + (— M. v) = 0. Visas šitų dviejų kūnų momentas išlaikomas ir šituo principu galima pasinaudoti, žinant šovinio masę, apskaityti jo greitumui iš atatrankos.

28 §. Jėgos impulsas ir kūnų susidūrimas bei susitrenkimas.

Dviem kūnam susidūrus arba susitrenkus, trumpą laiką tarp jų veikia jėgos, kurios juos deformuoja. Šitos jėgos per labai trumpą laiką maino savo dydį nuo nulio ligi didelės reikšmės. Bet teoriškai svarstant, šitos trumpai veikiančios jėgos galima pakeisti vidutine jėga, kuri veikdama per vieną sekundą suteikia tokį pat judėjimo momentą. Pavyzdžiui, tegu kokia nors jėga, veikianti vieną tūkstantinę dalį sekundos, suteikia kūnui judėjimo momentą m. v. Mes visuomet galime surasti tokią jėgą, kuri, veikdama vieną sekundą, suteikia tokį pat judėjimo momentą. Jėgų veikimą, kuris tveria, arba trunka, labai trumpą laiką, mes vadiname jėgų impulsu. Aišku, kad jėgos impulsas visuomet yra lygus jos sukurtam judėjimo momentui (f. t = m. v).

Kalbėdami apie kūnų susidūrimą, mes turime dalyką su skirtingais reiškiniais, kada susiduria plastingi kūnai, tokie kaip molis, švinas ir t. t., ir kada susiduria stangrūs, arba elastingi, kūnai, tokie kaip iš dramblio kaulo padirbti rutuliai. Kūnai, kurie išorinių jėgų įtakoje keičia savo tūrį ir formą (deformuojasi), ir, toms jėgoms nustojus veikti, savo pirmykščios formos nebeatitaiso—vadinasi plastingi. Elastingais gi kunais vadinami tie, kurie išorinių jėgų įtakoje irgi deformuojasi, bet toms jėgoms nustojus veikti, atitaiso savo pirmykščią formą. Absolūtingai elastingais kūnais būtų tie, kurie kiekvienu išorinių jėgų veikimo momentu reikštų toms jėgoms lygų pasipriešinimą ir toms išorinėms jėgoms nustojus veikti, akimirksniu atitaiso savo pirmykščią formą ir tūrį.

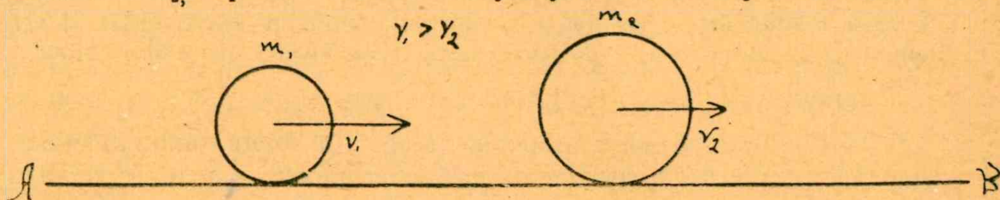
Prie to reikia atsiminti, kad kiekviena jėga visuomet veikia tarp dviejų masių taip, kad vienas jos galas pridėtas prie vienos masės ir kitas prie kitos. Paimsime dabar 2 rutulius iš plastingos medžiagos, sakysime švino. Tegu tų rutulių masės bus m_1 ir m_2, ir tegu tie rutuliai rieda ta pačia linkme greitumu v_1 ir v_2 taip, kad $v_1 > v_2$. Per kurį laiką pirmasai rutulys pavys antrąjį, vadinasi, abu rutuliai susidauš ir susiplos, susiplojimo laikas bus labai trumpas, ir per tą laiką deformuojanti jėga igys didelės reikšmės, bet per visą tą trumpą laiką, trečiuoju Newton'o dėsniu, spaudimas pirmojo rutulio į antrajį bus lygus pasipriešinimui antrojo rutulio arba jo spaudimui į pirmąjį. Žodžiu sakant, per visą tą trumpą laiką vieno kūno judėjimo momento pakitėjimas bus lygus, bet tik priešingai atkreiptas kito kūno judėjimo momento pakitėjimui taip, kad visas abiejų kūnų judėjimo momentas susiplojus pasiliks toks pat, koksai buvo prieš susiplojant. Kadangi paimti čia kūnai plastingi, tai susidaužę jie nebeatitaisys savo pirmykščios formos, vadinasi, deformuojanti jėga sumažės iki zėro (nulio, okulio), ir susiploję rutuliai riedės toliau kontakte, kaip vienas kūnas, vienodo greitumo, kurį pažymėsim raide v. Pritaikindami čia judėjimo momento sulaikymo dėsnį, mes turime $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$. Iš čia

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Šita lygtis duoda atsakymą į tai, koksai bus dviejų plastingų kūnų greitumas po susidaužimo.

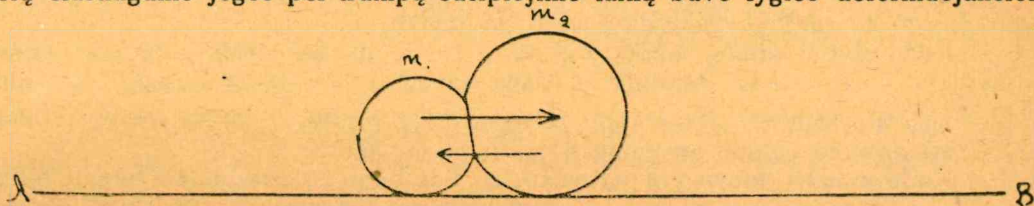
Paimsime dabar du elastingu kūnu (mes čia turime omeny absolūčiai elastingus kūnus, kokių tikrenybėje nėra, nes kiekvienas kūnas turi šiokį ar tokį plastingumo laipsnį) rutulio formos, su masėmis m_1 ir m_2. Tegu jie rieda linija AB (22

pieš.) greitumais v_1 ir v_2 taip, kad $v_1 > v_2$. Susidaužę jie taip pat susiplos kaip ir plastingi kūnai, bet, savo elastingumo jėgų dėka, jie atitaisys savo pirmykščią formą (23 ir 24 pieš.). Visas tas susiplojimo ir atitaisymo procesas tvers čionai irgi labai trumpą laiką. Kada du elastingi rutuliai susidurs, tai susiplojimo tarpu jie lygiai kaip ir du plastingi rutuliai turės vienodą greitumą $v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$, vadinasi, susiplojimo tarpu pirmasai rutulys nustos greitumo $v_1 - v$, o antrasai rutulys įgys greitumo $v - v_2$, taip kad vieno rutulio judėjimo momento pasikeitimas bus visiškai



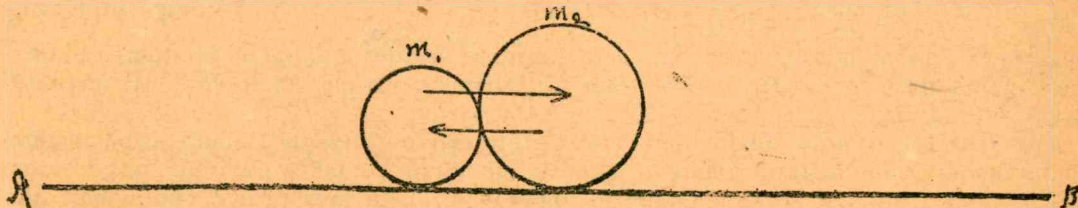
Pieš. 22

kompensuotas kito rutulio judėjimo momento apkitimu, o visas abiejų rutulių momentas liks be atmainos. Mes paėmėm du absoliūčiai elastingu rutuliu, vadinasi, tokiu, kurių elastingumo jėgos per trumpą susiplojimo laiką buvo lygios deformuojančioms



Pieš. 23

jėgoms. Tad tos pačios jėgos veiks, rutuliams atsitaisant, ir keis rutulių judėjimo momentus per atsitaisymo laiką ta pačia linkme, kaip ir per susiplojimo laiką: rutulys m_1 spaudė į rutulį m_2 ir didino jo judėjimo momentą. Rutulys m_2 spaudė su ta



Pieš. 24

pačia jėga į rutulį m_1 ir mažino jo judėjimo momentą. Atsitaisymas bus ta pačia linkme, rutulys m_1 kliudomas rutulio m_2 negali atsitaisyti savo judėjimo linkme ir atsitaisys į priešingą savo judėjimui pusę. Taigi susiplojimo metu nustojąs $v_1 - v$ savo greitumo, jis atsitaisymo metu nustos dar tiek pat, vadinasi, iš viso jo greitumas sumažės $2(v_1 - v)$. Rutulys gi m_2 atsitaisys ta linkme, kuria jis rieda, vadinasi, atsitaisymo metu įgys dar antra tiek greitumo, kiek jis įgijo susiplojimo metu, vadinasi, iš viso jo greitumas padidės šitieku: $2(v - v_2)$.

Dabar mes galime apskaityti greitumus susidūrimui pasibaigus ir elastingiems rutuliams vėl persiskyrus. Pažymėsime tuos greitumus raidėmis u_1 ir u_2. Tad aišku, kad $u_1 = v_1 - 2(v_1 - v) = 2v - v_1$ ir $u_2 = v_2 + 2(v - v_2) = 2v - v_2$. Kitaip kalbant $u_1 = 2\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_1 = \frac{2m_2 v_2 + v_1 (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$ (paėmę lygtį $u_1 = 2v - v_1$ pakeičiame v reiškiniu $\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$). Taip pat paėmę lygtį $u_2 = 2v - v_2$ ir

pakeisdami, kaip augščiau nurodyta, v, mes gausime $u_2 = \frac{2m_1 v_1 + v_2 (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$.

Prie tų pačiu formulų greitumams u_1 ir u_2 po susidūrimo mes galime prieiti, išeidami iš to, kad santykis relatyvių abiejų rutulių greitumų susidaužus ir prieš susidaužiant yra pastovus dydis, kuris vadinasi atsitaisymo koeficientas ir kuris fizikoj įprasta žymėti raide e. Vadinasi, $\frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2} = e$; ($v_1 - v_2$ reiškia relatyvų greitumą prieš susidaužiant, o $u_2 - u_1$ relatyvų greitumą susidaužus). Absolūtingai elastingų kūnų koeficientas e yra lygus 1, plastingų kūnų tas koeficientas e yra lygus 0, daugiausia gi atvejų $e < 1$ del priežasčių, apie kurias bus kalba vėliau. Taigi mes čionai turime lygtį $\frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2} = 1$ (1) ir kitą lygtį $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$ (2), kuri reiškia jau mūsų nustatytą dėsnį, viso abiejų rutulių judėjimo momento pastovumą. Šitos dvi lygtys duoda galimumo surasti u_1 ir u_2 ir prieiti prie tų pačių reiškinių, kurie jau pirma buvo paduoti. Pažymėsime čionai kai kuriuos įdomius atsitikimus, elastingiems kūnams susidaužiant.

1) Kada abiejų rutulių masės yra lygios, taigi jeigu $m_1 = m_2$: iš reiškinio u_2 mes prieisime prie $u_2 = v_1$, o iš reiškinio u_1 prie $u_1 = v_2$ vadinasi, tuo atveju susidaužę rutuliai apsimainys savo greitumais.

2) Kada abiejų rutulių masės yra lygios ir, be to, dar vienas iš jų yra parimęs, vadinasi, $v_2 = 0$, tada formula u_1 duos mums $u_1 = 0$, o formula u_2 duos mums $u_2 = v_1$, vadinasi, tuo atveju riedąs rutulys sustos, o buvęs ramybėj rutulys ims riedėti pirmojo rutulio greitumu ir jo judėjimo linkme.

3) Kada antrasai rutulys yra parimęs $v_2 = 0$ ir, be to, jo masė m_2 yra begalo didelė, palyginti su mase u_1 ($m_2 = \infty$), mes tada turime $u_1 = \frac{2 m_2 v_2 + v_1 (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} = -v_1$, nes pirmas skaitiklio narys yra lygus 0, antras gi narys bus lygus $-m_2 v_1$, nes masę m_1, kaipo, palyginti su mase m_2, labai mažą mes, galime atmesti. Taip pat vardiklyje vietoj $m_1 + m_2$ mes galime parašyti m_2, tada $u_1 = \frac{m_2 v_1}{m_2} = -v_1$. Taigi rutulys m_1, susidavęs į labai didelę masę, kuri yra parimusi, riedės tuo pačiu greitumu, tiktai į priešingąją pusę. Žodžiu sakant, mes čia turime reiškinį, kuris vadinasi atspindis, arba atsimušimas.

Visos tos išvados liečia kūnų, kurių greitumai eina išilgai smūgio, arba susidaužimo linijos (smūgio linija visuomet yra statinė kūnų kontakto paviršiui, arba linijai). Jeigu kūnų greitumai sudaro kampą su smūgio linija, tai mes turime vadinamąjį nuožulnų susidaužimą, bet tada kiekvieną greitumą eidami lygiagretainio (paralelogramo) dėsniu, mes galime išsklaidyti į 2 sudedamuosius greitumus išilgai smūgio linijos ir skersai. Judėjimo momentai skersai smūgio linijos visiškai susidūrimo neliečiami, o judėjimui išilgai smūgio linijos pasilieka galioje visos viršuj padarytos išvados (žodžiu sakant, ir čia visas judėjimo momentas, ir skersai ir išilgai smūgio linijos pasilieka be atmainos).

29 §. Judėjimai kūnų, mestų stačiai augštyn, gulsčiai ir nuožulniai.

Antrasai Newton'o dėsnis, kuris nustato santykius tarp veikiančių jėgų ir jų sukuriamųjų judėjimo momentų, vadinasi nepriklausomybės dėsnis, nes jo prasmė yra ta, kad veikiant kūną keletai jėgų, kiekviena jėga suteikia jam savo momentą ir veikia, taip sakant, neatsižvelgdama visiškai į kitas jėgas. Taigi šitas dėsnis duoda galimumo aiškiai išspręsti visus judėjimo klausimus, kada kūnas juda keletos jėgų įtakoje. Paprasčiausias atsitikimas bus mesto stačiai augštyn akmens judėjimas. Sakysime, mesdami akmenį augštyn, mes suteikiame jam pradžios greitumo v_0 cm.

per sekundą. Inercijos dėsniu akmuo visą savo judėjimo laiką stengiasi šitą greitumą palaikyti, bet tuo pačiu laiku žemės traukiamoji jėga suteikia akmeniui greitėjimą g per sekundą stačiai žemyn. Taigi kiekvieną momentą akmens padėtis žemės atžvilgiu yra išvada iš tų dviejų jėgų veikimo, inercijos jėgos ir žemės traukiamosios jėgos veikimo. Kaip mes žinome, akmuo kai kurį laiką kils augštyn nuolat mažėjančiu greitumu. Mes čia turime tolyginio mažėjimo judėjimą. Tegu per t sekundų akmuo pasieks augščiausią punktą, ir nuo to momento ims kristi žemyn. Pasiekus augščiausiąjį punktą, akmens greitumas bus 0, o tas greitumas bus atstojamasai greitumas dviejų greitumų, pradžios greitumo v_0, atkreipto stačiai augštyn, ir žemės traukiamosios jėgos suteikto greitumo, kuris per t sekundų bus lygus g. t. cm., atkreipto stačiai žemyn. Todel $v_0 - gt = 0$; iš čia $t = \frac{v_0}{g}$. Paskutinė formula duoda atsakymą į klausimą, kiek laiko kils augštyn akmuo (arba per kurį laiką pasieks augščiausiąjį punktą), mestas pradžios greitumo v_0. Jeigu mes, mesdami akmenį augštyn, suteiksime jam greitumo 30 m. per sekundą, tai jis pasiekia augščiausią punktą per $\frac{30}{9{,}81} = 3{,}06$ sek.

Dabar kitas klausimas, kurį augštį pasieks akmuo, mestas pradžios greitumu v_0. Kadangi čia mes turime tolyginio mažėjimo judėjimą, tai galime parašyti, kad augštis $h = v_0 t - g\frac{t^2}{2}$. Bet šiuo atveju t bus $= \frac{v_0}{g}$, todel $h = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$. Šita formula atsako į antrąjį klausimą. Pavyzdžiui, mestas pradžios greitumu 30 m. per sekundą augštyn akmuo pasieks augštį $\frac{30^2}{19{,}62} = 46$ m.

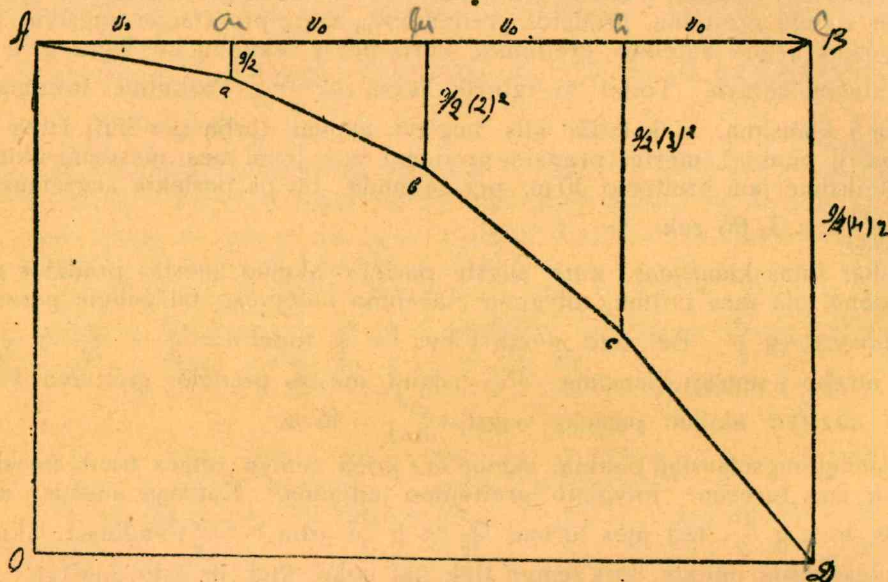
Pasiekęs augščiausiąjį punktą, akmuo ims kristi žemyn žemės traukiamosios jėgos įtakoje; ir mes turėsime tolyginio greitėjimo judėjimą. Kadangi augštis, nuo kurio jis nukris, $h = g\frac{t^2}{2}$, tad mes turime $\frac{v_0^2}{2g} = g\frac{t^2}{2}$, arba $t = \frac{v_0}{g}$; vadinasi, akmuo, pasiekęs augščiausią punktą, kris žemyn tiek pat laiko, kiek jis kilo augštyn.

Pagaliau lengva parodyti, kad pasiekęs žemę akmuo turės ta patį greitumą v_0, kurį mes jam buvom suteikę mesdami jį augštyn.

Kadangi akmuo kris žemyn $\frac{v_0}{g}$ sekundų, o puolant įsivarytas greitumas yra lygus žemės greitėjimui, padaugintam iš laiko, tad, pasiekus žemę, akmens greitumas bus $\frac{v_0}{g} \cdot g = v_0$.

Sakysim, ant augšto A O = H metrų (25 pieš.) iš gulsčiai pastatytos patrankos iššautas šovinys (sviedinys, metinys) lygiagrečiai akiračiui pradžios greitumu v_0. Kokia bus šovinio trajektorija, kiek laiko šovinys lėks, kuolaik pasieks akiratį ir kaip toli nuo pagrindo O pasieks akiratį? Čia mes turime judėjimą, kuris susideda antruoju Newton'o dėsniu, iš dviejų judėjimų: inercijos judėjimo lygiagrečiai akiračiui pradžios greitumu v_0 ir kritimo stačiai žemyn su žemės greitėjimu g, jeigu mes abstraguosime nuo oro trynimo momento. Taigi, kad surastumėm trajektoriją, mes iš taško A (žiūr. 25 pieš.) nubrėžiame liniją A B, lygiagretą akiračiui O D, ir ant šitos linijos atraižome visą eilę linijų atkarpų $Aa_1 = a_1b_1 = b_1c_1 \ldots = v_0$. Jeigu šovinys lėktų tiktai inercijos įtakoj, tai per pirmą sekundą jis pereitų kelią $Aa_1 = v_0$ ir atsidurtų taške a_1. Bet tuo pačiu laiku šovinys nuslinks žemyn per $\frac{g}{2}$ metrų (kelias nupultas per pirmą sekundą laisvai puolant). Tegu liniją $aa_1 = \frac{g}{2}$. Atrėšime tą liniją stačiai žemyn iš taško a. Taigi šovinys per pirmą sekundą atsidurs taške a ir nušautas jo kelias einant lygiagretainio dėsniu bus linija Aa. Per 2 sekundas šovinys inercijos įtaka pasieks tašką b_1. Bet tuo pačiu laiku šovinys nuslinks žemyn per $\frac{g}{2} \cdot (2)^2$, taigi iš taško b_1 nubrėžiame stačiai žemyn liniją $b_1 b = 4\frac{g}{2}$. Per tris sekundas inercijos įtakoj šovinys pasieks tašką c_1 ir nuslinks žemyn tuo pa-

čiu laiku per $\frac{g}{2}$ $(3)^2 = cc_1$ ir t. t. Žodžiu sakant, šovinys lėks lygiagrečiai su akiračiu vienodu greitumu v_0 ir tuo pačiu laiku puls žemyn, Galiliejaus nustatytais puolimo dėsniais. Sudėdami tuodu judėjimu ir sujungdami linijomis taškus A a b c D, mes gausime laužtą liniją AabcD ..... Jeigu mes sektumėm tą judėjimą, padalijęe sekundą į labai didelį skaičių dalių, tai sudėdami tuodu judėjimu per trumpas sekundos dalis, mes gautumėm laužtą liniją su labai dideliu atkarpų skaičiumi, kuri labai mažai skirtųsi nuo kreivos linijos. Šita kreivoji linija yra parabolės dalis ir



Pieš. 25

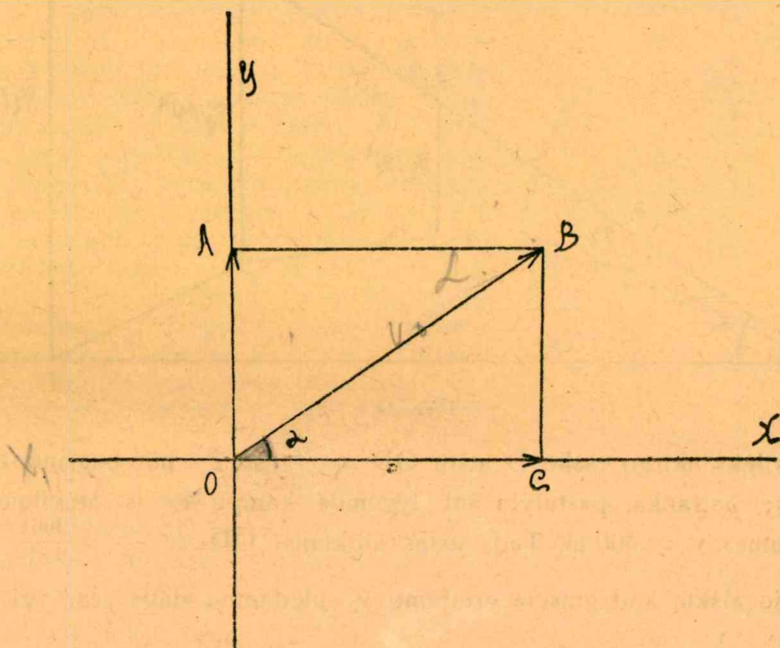
sudaro ribas laužtos linijos. Taigi gulsčiai iššauto šovinio trajektorija (lėkis) žemės atžvilgiu bus parabolos dalis.

Dabar kai del to, kiek laiko lėks šovinys, tai aišku, kad tiek pat laiko jis lėks lygiagrečiai su akiračiu, kiek laiko jis kris stačiai žemyn, kol pasieks akiratį. Iš lygties $H = \frac{gt^2}{2}$ išeina, kad $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Iš 25-jo piešinio aišku, kad šovinys pasieks akiratį taške D, nulėkęs kelią A B = O D; taigi jis pasieks akiratį atstu nuo pagrindo $OD = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

Pavyzdys: Tegu $H=100$ m., $v_0=300$ m. ir $g=9{,}81$ m. Tada $t= \sqrt{\frac{2.100}{9{,}81}} = 4{,}5$ sekundos, tai tiek laiko lėks iššautas lygiagretiškai akiračiui šovinys. Per tą laiką nulėks kelią $S = 300.4{,}5 = 1350$ m., taigi pasieks akiratį nuo pagrindo atstu 1,35 km.

Sakysim, patranka pastatyta ant lygumos taip, kad jos ašis sudaro su akiračiu kampą α. Tegu iššautas iš patrankos šovinys turės pradžios greitumą v_0. Jis lėks tokia linkme, kuri sudaro su akiračiu kampą α. Paimsime abscisų liniją XX_1 ir ordinatų liniją YY_1 (26 pieš.), nubrėšime iš pradžios koordinatų O liniją $OB = v_0$ taip, kad ji sudarytų kampą α su abscisų linija XX_1. Lygiagretainio dėsniu mes galime išskaidyti greitumą $OB = v_0$ į du sudedamuoju greitumu, lygiagretiškai akiračiui OC ir statmenai akiračiui (vadinasi, stačiai augštyn) OA. Taigi mes čia turėsime šovinio judėjimą gulsčia linkme greitumo OC ir tuo pačiu laiku kilimą augštyn pradžios greitumu OA ir paskui puolimą žemyn. Aišku, kad kiek jis laiko kils augštyn ir puls žemyn, tiek pat laiko jis lėks lygiagretiškai su akiračiu greitumo OC. Iš figūros aišku, kad $AO = OB. \sin\alpha = v_0 \sin\alpha$, $OC = OB. \cos\alpha = v_0 . \cos\alpha$. Mes jau žinome, kad kūnas, mestas stačiai augštyn pradžios greitumu,

pasiekia augščiausią punktą per laiką, kuris yra lygus pradžios greitumui, padalytam iš greitėjimo g. Mūsų atveju tas laikas bus $\frac{v_0 . \sin\alpha}{g}$. Taipogi mes žinome, kad, pasiekęs augščiausią punktą, kūnas kris žemyn tiek pat laiko, kiek jis kilo augštyn, vadinasi, visas jo statinis (vertikalinis) judėjimas truks $\frac{2\, v_0 . \sin\alpha}{g}$ sekundų. Savaime aišku, kad gulsčia linkme su greitumu OC, sekdamas inercijos dėsniu, kūnas lėks tiek pat laiko, kiek slinko statinai, būtent $2\frac{v_0 . \sin\alpha}{g}$. Kadangi gulsčias greitumas yra $v_0 . \cos\alpha$, tai padarytasai kelias gulsčia linkme bus $S = \frac{2\, v_0 . \sin\alpha .}{g}\, v_0 . \cos\alpha = \frac{v_0}{g} . 2 \sin\alpha . \cos\alpha = \frac{v_0^2 .}{g} \sin 2\alpha$, vadinasi, tiek atstu nuo pagrindo O nuožulniai šišautas šovinys pasieks žemę. Aišku taipogi, kad nulėktasai kelias turės maksima-

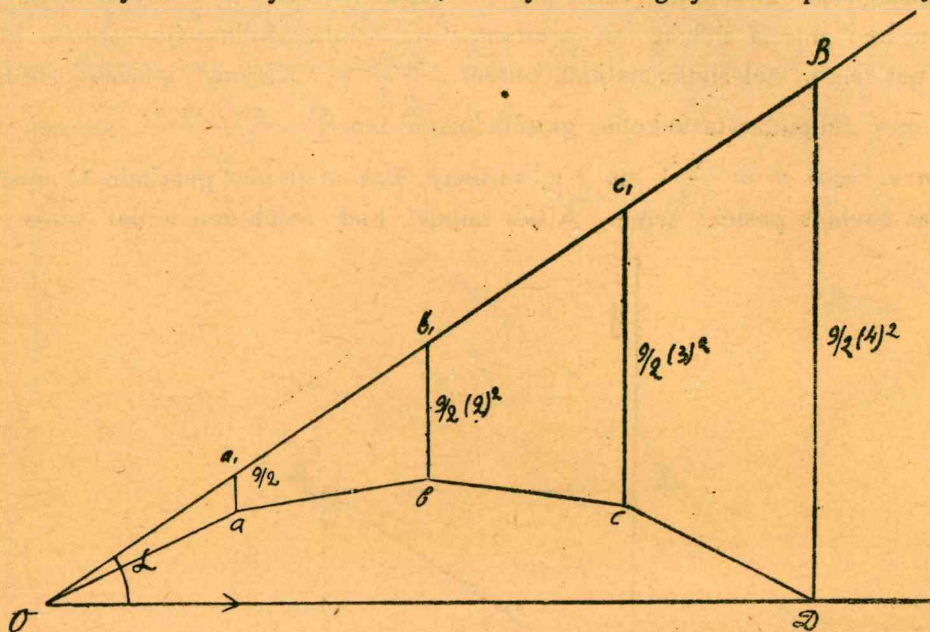


Pieš 26

linės reikšmės (vadinasi, šovinys nulėks užvis toliau), kada $\sin 2\alpha = 1$, kitaip kalbant, kada 2α bus lygus 90^0, arba $\alpha = 45^0$. Taigi pastatę patranką ant lygumos taip, kad jos ašis sudarytų kampą 45^0 su akiračiu, mes galėsime nušauti šovinį užvis toliau.

Kad surastumėm šitam atvejui šovinio trajektoriją, nubrėšime nuožulniai liniją OB (27 pieš.) taip, kad ji sudarytų su gulsčiąja linija OD kampą α. Atrėšime ant linijos OB atkarpas $oa_1 = a_1 b_1 = b_1 o_1 \ldots\ldots = v_0$, tai bus keliai, nušauti atskiromis sekundomis, sekant inercijos dėsniu, nuožulnia linija OB. Bet tuo pačiu laiku šovinys krinta stačiai žemyn, sekdamas Galiliejaus puolimo dėsniais. Todel iš taško a_1 nubrėšime statinę liniją $a_1\, a = \frac{g}{2}$, iš taško b_1 liniją $b_1\, b = \frac{g}{2}\,(2)^2$, iš taško c_1 liniją $c_1\, c = \frac{g}{2}\,(3)^2$ ir t. t. Taškai o, a, b, c, ir t. t. ir bus tie erdvės punktai, per kuriuos perlėks šovinys per 0, 1, 2, 3, ... sekundų. Jungdami tuos punktus linijomis, mes gausime ir čia laužtinę liniją O a b c D. Padaliję sekundą į labai didelį dalių skaičių ir konstruodami šovinio nušautus kelius per labai trumpas sekundos dalis, mes gausime laužtą liniją su aibe atkarpų; tos linijos ribas

sudarys kreiva linija O a b c D, kuri ir šiuo atveju yra parabolos dalis. Bet šiuo tarpu ta parabolos dalis susideda iš kilstančios augštyn šakos O a b ir krintančios žemyn šakos b c D, tai reiškia, kad pusę laiko šovinys kils augštyn ir kitą pusę savo judėjimo laiko puls žemyn, kaip tai mes anksčiau esame išdėstę. Lygiagretiškai su akiračiu šovinys lėks dveja tiek laiko, kiek jis kils augštyn arba puls žemyn, ir



Pieš. 27

per tą laiką prilėks akiratį taške D atstu $OD = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ nuo pagrindo 0 (27 pieš.)

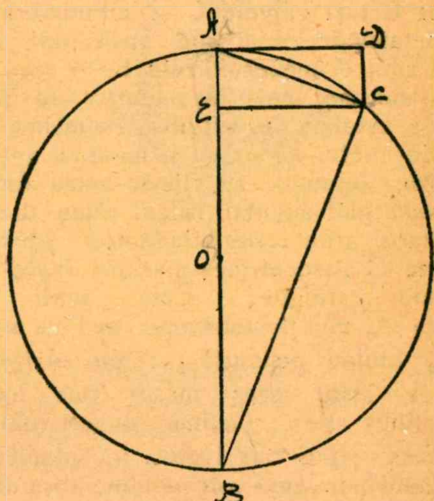
Pavyzdys: patranka, pastatyta ant lygumos kampu 45^0 iš atžvilgio į akiratį, pradžios greitumas $v_0 = 300$ m. Tada atstas (atokums) $OD = \frac{v_0^2}{g} = \frac{300^2}{9{,}81} = 9174$ m. Iš 26-jo piešinio aišku, kad gulsčia greitumo v_0 suledamoji dalis yra lygi $\frac{v_0\sqrt{2}}{2} = \frac{300\sqrt{2}}{2} = 212{,}1$ m. Taigi visas judėjimo laikas $t = \frac{9174}{212{,}1} = 43$ sekundom, vadinasi—21,5 sek. sviedinys kils augštyn ir tiek pat sekundų puls žemyn.

30 §. Centrinės jėgos (įcentrinė ir išcentrinė jėga).

Paskutiniame skyriuje mes matėme, kad jeigu koks kūnas juda inercijos įtaka ir veikiant nuolatinei jėgai, tai jo trajektorija bus tiesi linija, inercijai ir nuolatinei jėgai veikiant ta pačia linija, arba kreiva linija (parabola), kada inercija ir nuolatinė jėga sudaro kampą $>0^0 < 180^0$. Panašų atsitikimą mes turime, pririšę prie vieno galo siūlo kokią nors masę, paėmę kitą galą siūlo į ranką ir sukdami. Masė aprašo ratą, kurio spindulys yra lygus siūlo ilgiui. Siūlas sukant darosi įtemptas ir juo labiau, juo greičiau mes sukam, taip kad smarkiai sukant siūlas gali net trūkti. Čia mes turime irgi inercijos veikimą, kuris kiekvienu judėjimo momentu stengiasi palaikyti masės judėjimą tiesia linija — tangentine linija į rato tašką, kuriame kalbamuoju momentu randasi masė. Jeigu siūlas trūktų, tai masė lėktų toliau ne išilgai spindulio, bet šitos tangentinės linijos linkme, taip pat kaip nuo rato, kuris rieda purvinu keliu, purvai atšoka tangentinėmis linijomis. Iš kitos pusės, mes čia turime nuolat veikiančią jėgą, kuri traukia masę į centrą (įtempimas siūlo, kurio vienas galas kietai laikomas rankoje). Šitą jėgą mes pavadinsime įcentrine jėga. Bet sek-

dami trečiuoju Newton'o dėsniu, mes čia tuojau susidursime su masės inercijos pasipriešinimu, kuris bus atkreiptas tiesiog nuo centro, ir šitą pasipriešinimą mes galime pavadinti išcentrine jėga. Taigi tokiu atveju mes turėsime, be inercijos, dvi lygias viena kitai, bet viena prieš kitą atkreiptas jėgas: įcentrinę ir išcentrinę. Siūlui trūkus, nustoja veikusi tuojau įcentrinė jėga, bet taip pat tuojau nustoja veikusi ir išcentrinė jėga, ir masė lekia tuojau, sekdama inercijos dėsniu, tiesia linija, tangentine linija į rato tašką, kuriame kalbamuoju momentu buvo masė.

Tegu rato apskritimu (28 pieš.) vienodu greitumu v juda masė m ir apeina visą ratą per T sekundų. Tegu rato spindulys būna r, tad per T sekundų masė atliks kelią $2\pi r$, ir jos greitumas $v = \frac{2\pi r}{T}$. Įsivaizduokime dabar sau masės judėjimą per labai trumpą laiką t sekundų (mažą sekundos dalį), ir tegu per šitą laiką masė atlieka lanką AC, kuris bus lygus v . t. Vietoj šito lanko AC mes galime paimti ir stygą (chordą) AC, kuri labai mažai tesiskirs nuo lanko, kadangi pats lankas, kaipo aprėžtas per labai trumpą laiką, bus labai mažas. Toliau mes galime žiūrėti į judėjimą lanku AC arba styga AC kaipo susidedantį iš dviejų judėjimų: liečiamąja linija AD inercijos įtakoje ir išilgai spindulio AO įtakoje įcentrinės jėgos, kuri veikia išilgai spindulio ir yra atkreipta į centrą O. Tuodu judėjimu, linijomis AD ir AE, mes galime pamainyti vienu judėjimu, linija AC, ir suskaldę visą laiką T į daugybę trumpų laikų t, mes gausime taisyklingą daugiakampį su dideliu šonų AC skaičium. Iš geometrijos mes žinome, kad tokio daugiakampio perimetro ribas sudaro rato apskritimas.



Peš. 28.

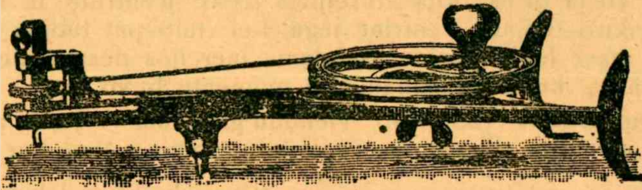
Trikampis ACB stačiakampis, nes kampas ACB remiasi ant rato skersmens AB. Pritaikindami žinomąją gaometrijos teoremą, mes galime parašyti, kad $AE : AC = AC : AB$, arba $AE = \frac{AC^2}{AB}$.

AE bus kelias, padarytas per trumpą laiką t del nuolat veikiančios įcentrinės jėgos išilgai spindulio į centrą. Pažymėsime šitos įcentrinės jėgos greitėjimą raide a, tad $AE = \frac{at^2}{2}$. Styga AC, kaip jau pasakyta, labai mažai skiriasi nuo lanko AC, kuris yra lygus vt, ir pagaliau AB yra mūsų rato skersmuo, vadinasi, lygus 2r. Taigi mes turime: $\frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{v^2 \, t^2}{2r}$, arba $a = \frac{v^2}{r}$. Tuo būdu, žinodami greitumą, kuriuo masė m juda rato apskritimu, ir rato spindulį, mes tuojau galime apskaityti įcentrinės jėgos greitėjimą. Kadangi jėga antruoju Nowton'o dėsniu yra lygi masei, padaugintai iš jėgos greitėjimo, tad įcentrinė jėga $f = m. \, a = \frac{m. \, v^2.}{r}$

Vadinasi, įcentrinė jėga yra tiesioginai proporcinga judančiai masei, kvadratui greitumo ir atvirkščiai proporcinga spinduliui. Tais pat dėsniais seka ir išcentrinė jėga, nes, kaip mes jau matėme, išcentrinė jėga visuomet yra lygi didumo atžvilgiu įcentrinei jėgai, bet prieš ją tiesiog atkreipta.

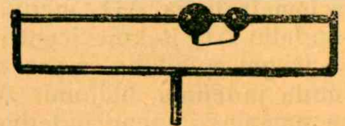
Kadangi $v = \frac{2\pi r}{T}$, tai įcentrinei bei išcentrinei jėgai mes galime parašyti ir tokį reiškinį: $f = \frac{m \, 4\pi^2 r^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 rm}{T^2}$, vadinasi, įcentrinė ir išcentrinė jėgos yra tiesiai proporcingos masei ir spinduliui ir atvirkščiai proporcingos visiško apsisukimo laiko ketvirtainiui (astronominė įcentrinės jėgos formula).

Patikrinti išcentrinės jėgos dėsniams vartojama išcentrinė mašina (29 pieš.), kuri susideda iš dviejų ratų A ir B. didesnio ir mažesnio skersmens, sujungtų neturinčiu galo diržu. Statinės ratų ašys sukasi tam tikruose pakakliuose, kurie kietai



Pieš. 29

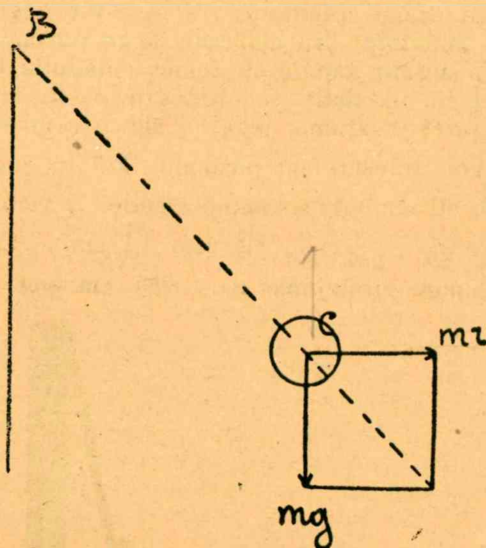
sujungti su stipriu geležiniu mašinos pagrindu, trikampio pavidalo. Mažesnio rato ašis B turi galvelę C su cilindriška skyle, į kurią galima idėti cilindriškos dalys įvairių prietaisų ir kietai jie pritraukti sraigtu. Tegu didesnio rato A skersmuo būna 40 cm., o mežesnio rato B—4 cm., tad aišku, kad padarius didesniam ratui vieną apsisukimą, mažesnis padarys tuo pačiu laiku 10 apsisukimų: tuo būdu sukimąsi galime žymiai pagreitinti. Paimsime dabar rėmus EGF (30 pieš.) su gulsčiu metaliniu stiebu EF ir su užmautais ant šito stiebo dviem rutuliais su masėmis m_1 ir m_2, kurie sujungti su vienas antru dvigubu siūlu. Tos masės gali šliaužti išilgai rėmų stiebo mažai tesitrindamos, arba tesibrūžindamos. Įdėkime šituos rėmus kotu G į išcentrinės mašinos skylę C ir suveržkime kietai sraigtu. Emę sukti rankena didesnį ratą A, mes pastebėsime, kad čia masė m_1, čia masė m_2 tuojau atsimuša į rėmus atsižvelgiant į tai, per kiek atstu šitos masės bus nuo rėmų sukimo statinės ašies. Galima surasti toki atstai r_1 ir r_2 masių m_1 ir m_2, kuriais jų išcentrinės jėgos bus lygios, ir, sukant rėmus, jos nemainys savo vietų. Pritaikindami išcentrinei jėgai astronominę formulą, mes turėsime išcentrinę jėgą masei m_1 : $f_1 = \frac{4\pi^2 r_1 m_1}{T^2}$, ir masei m_2 išcentrinę jėgą $f_2 = \frac{4\pi^2 r_2 m_2}{T^2}$ (aišku, kad visas apsisukimo laikas čionai abiem masėm tas pats). Jeigu masės sukasi nešliauždamos rėmų stiebu EF, tai reiškia, kad $f_1 = f_2$, arba $\frac{4\pi^2 r_1 m_1}{T^2} = \frac{4\pi^2 r_2 m_2}{T^2}$, arba $m_1 r_1 = m_2 r_2$, arba $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$, vadinasi, jeigu masių atokumai nuo sukamosios ašies bus atvirkščiai proporcingi toms masėms, tai jų išcentrinės jėgos bus lygios, ir jos suksis nešliauždamos stiebu EF. Tokiu atveju abi masės turi bendrą sukamąjį centrą, apie kurį jos sukasi, ir kuris yra arčiau prie didesnės masės. Jeigu dabar sumažinsim r_1 ir padidinsim r_2, tai, sukant, masė m_2 persuks (atitrauks į save) masė m_1 ir susiduos į rėmus iš dešinės pusės. Atbulai, jeigu truputį padidinsim r_1 ir truputį sumažinsim r_2, tai išcentrinė m_1 masės jėga padidės. Jinai pertrauks masę m_2 ir susiduos į rėmus iš kairės pusės.



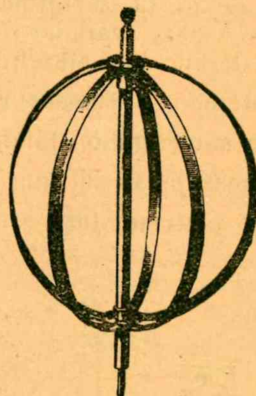
Pieš. 30

Įdėsime į išcentrinės mašinos ašį metalinį stiebą, prie kurio viršutinio galo prikabinta viela su rutuliuku (žiūrėk 31 pieš.). Jeigu mes dabar imsime sukti mašiną, tai rutuliukas atšlys nuo stiebo, kildamas augštyn, ir juo labiau, juo greičiau mes suksime. Dalykas tas, kad sukant atsiranda išcentrinė jėga, kuri veikia išilgai spindulio, ir viela, ant kurios galo kabo rutuliukas, atsistoja į padėtį išilgai atstojamosios rutuliuko svorio jėgos ir išcentrinės jėgos. Kadangi sukant greičiau auga ta išcentrinė jėga, tai atstojamoji jėga sudaro vis didesnį ir didesnį kampą su statiniu stiebu. Atsižvelgus į šitą reiškinį imta vartoti išcentriniai tvarkikliai regulatoriai prie garinės mašinos. Išcentrinis tvarkiklis susideda iš stiebo, sujungto šalnieriais (ašelėmis) su dviem kitais stiebais, ant kurių galų pritraukti du rutuliai. Statinio stiebo ašis sukama nuo ma-

šinos ašies. Jeigu mašina ima suktis greičiau, tai du rutuliai kilsta augščiau ir laužtos svirties pagalba pridaro vožtuvą, per kurį garas įeina į garo padalijimo dėžę, ir tuo būdu mažina mašinos ašies greitumą. Atbulai, kada mašinos ašis ima suktis pamažiau, rutuliai slenka žemyn ir atvožia vožtuvą taip, kad daugiau garo įeina į garo padalijimo dėžę, ir, kaipo išdava, mašinos ašis ima suktis greičiau.



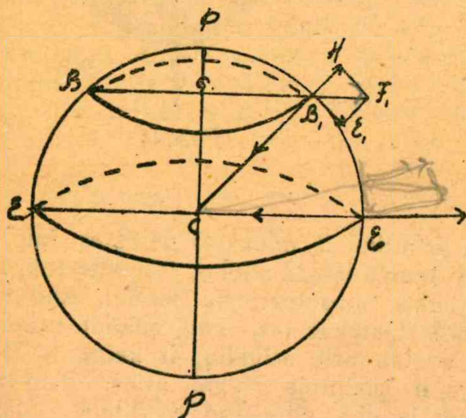
Pieš. 31



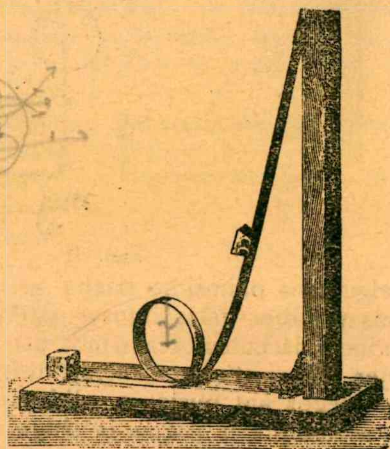
Pieš. 32

Jeigu mes paimsime stiebą su lanksčia grindimi iš minkštos geležies taip, kad viršutinis grindies galas liuosai galėtų slinkti žemyn išilgai stiebo, tai įdėję tokį stiebą su grindim į išcentrinės mašinos ašį ir ėmę sukti, mes turėsime įspūdį, kad sukasi susiplojęs išilgai stiebo rutulys (žiūr. 32 pieš.). Dalykas tas, kad, sukant grindį, išcentrinės jėgos ant pusiaujo didesnės negu arčiau prie ašigalių, ir kaipo to išdava, grindis išsitempia ir įsigaubia išilgai pusiaujo ir susiploja išilgai ašies. Tuo būdu. plastingas rutulys, sakysime iš molio, sukamas įgauna elipsoido pavidalą. Šiandien mes žinome, kad žemės lytis ne taisyklingas rutulys, bet elipsoidas. Žemė yra susiplojusi išilgai savo ašies ir išsigaubusi ant pusiaujo. Šitą faktą galime išaiškinti tik išcentrinių jėgų veikimu, kaipo vaisiumi žemės sukimosi apie ašį, ir žinant, kad žemė apsisuka apie savo ašį per 24 valandas, galima apskaityti tų išcentrinių jėgų didumas ant pusiaujo ir ant kitų geografinių platumų ir tokiu būdu surasti susiplojimo didumas, ką ir yra padaręs savo laiku Newton'as. Pasak Newton'o, žemės skersmuo ant pusiaujo yra 42 km. ilgesnis negu skersmuo nuo vieno ašigalio iki kito ašigalio. Skaitant, kad žemės ašigalių skersmuo yra apie 12.000 km., žemės susiplojimas bus apie $\frac{1}{300}$. Kadangi šiandien žemės pluta yra kieta, tai iš susiplojimo fakto pirmų pirmiausia reikia padaryti išvada, kad kitados žemė yra buvus skysta arba bent minkšta, lanksti. Tolimesnė išvada iš žemės susiplojimo bus ta, kad svarumo jėga ant ašigalio veikia smarkiau negu ant pusiaujo arba, kitaip sakant, greitėjimas kūnams krintant ant ašigalio yra didesnis negu ant pusiaujo. Kaip mes toliau pamatysime, švytuoklės pagalba šiandien aiškiai nustatyta, kad greitėjimas g ant ašigalio yra lygus 983,1 cm. per sekundą, o ant pusiaujo 978 cm. per sekundą. Taigi greitėjimas ant pusiaujo yra 5,1-ja cm. mažesnis negu ant ašigalio. Išeinant iš žemės susiplojimo fakto, tas greitėjimas ant pusiaujo turėtų būti tik 1,7-siomis cm. mažesnis negu ant ašigalio (turėtų būti $\frac{1}{590}$ -ja dalimi mažesnis už ašigalio greitėjimą). Dalykas tačiau toks, kad kalbėdami apie žemės greitėjimą, mes turime skaitytis ne tik su faktiniu žemės greitėjimo mažėjimu, einant nuo ašigalio pusiaujo link del žemės susiplojimo (žemės centras nuo ašigalio arčiau, nuo pusiaujo

toliau, o žemės traukiamoji jėga, kaip šiandien žinome, yra atvirkščiai proporcinga atokumo ketvirtainiui), bet ir su manomu žemės greitėjimo mažėjimu del nuolat veikiančių išcentrinių jėgų, nes žemė sukasi. Ant ašigalio tos išcentrinės jėgos yra lygios nuliui, ant pusiaujo jos yra užvis didesnės ir tiesiog atkreiptos prieš svarumo jėga (žiūr. 33 pieš.). Kitoj gi geografinėj platumoj, pav., ant lygiagrečio paralelinio rato B B_1 išcentrinė jėga B_1 F_1, veikianti išilgai spindulio, yra mažesnė negu išcentrinė pusiaujo jėga, nes lygiagrečio rato spindulys yra mažesnis negu pusiaujo spindulys, ir, be to, ta išcentrinė jėga B_1 F_1 sudaro kampą su žemės spinduliu CB_1, išilgai kurio veikia svarumo jėga, ir todel čia tik dalis išcentrinės jėgos B_1 H, lygiagretainio dėsniu, bus atkreipta tiesiog prieš svarumo jėgą. Taigi išcentrinių jėgų dėka greitėjimo g sumažėjimas bus užvis didesnis ant pusiaujo, kur jis sudaro $\frac{1}{289}$ greitėjimo ant ašigalio, kitaip sakant, 3, 40 cm. per sekundą. Todel iš viso greitėjimo g sumažėjimas ant pusiaujo sudaro $\frac{1}{590}+\frac{1\alpha}{289}=\frac{1}{194}$ (iš viso 5,1 cm.). Geografinėj Kauno platumoj tarp ašigalio ir pusiaujo greitėjimas g = 981 cm. per sekundą



Pieš. 33


Pieš. 34

Jeigu nuo plotmės, kuri yra h metrų augštumoj, nutiesim vėžes didelės kilpos pavidalo spinduliu r (žiūr. 34 pieš.) ir paleisim nuo tos plotmės vagonėlį, tad vagonėlis apibėgs iš vidaus kilpą ir pasieks augščiausią kilpos vietą ir, būdamas savo ratais augštyn, nuo savo vėžių žemyn nenukris, nes svarumo jėgą kompensuos čia išcentrinė jėga. Tegu vagonėlio masė bus M. Tad jo svoris, arba veikiančioji svarumo jėga, bus M . g. Išcentrinė gi jėga bus $\frac{M \cdot v^2}{r}$. Kadangi plotmės augštis yra h, tai vagonėlis, nuo to augščio nuriedėjęs ir pakilęs iki kilpos viršūnės, turi greitumą $v=\sqrt{2g\,(h-2r)}$, vadinasi M . g turi būt lygus $\frac{M.\ 2g\,(h-2r)}{r}$, arba $r=2h-4r$. Taigi, jeigu kilpos spindulys bus lygus $^2/_5$ dalim plotmės augščio, tai vagonėlio svoris bus kompensuojamas išcentrine jėga, ir vagonėlis nenudribs žemyn. Aprišus stiklą su vandeniu raikščiu, galima taip sukti šitas stiklas, kad vanduo neišsilies, reikia tik pasukti taip greitai, kad išcentrinė jėga kompensuotų vandens svorį.

Jeigu mes paimsime sferinį indą (35 pieš.) su kotu ir įpilsime į šitą indą gyvojo sidabro ir vandens, tai gyvasai sidabras, būdamas sunkesnis, nugrims žemyn, o vanduo bus ant gyvojo sidabro. Jeigu šitą indą įdėsim dabar į išcentrinę mašiną ir suksim, tai gyvasai sidabras kils augštyn ir kaipo plati juosta nudryks per patį indo vidurį. Jo paviršius bus įdubęs, o ne išsigaubęs, kaip tada, kada gyvasai sidabras esti parimęs. Vanduo susirinks augščiau ir žemiau gyvojo sidabro. Dalykas tas, kad išcentrinė jėga čia iš dalies veiks prieš svarumo jėgą, ir gyvajam sidabrui iš-

centrinė jėga bus didesnė negu vandeniui del gyvojo sidabro masingumo. Tad suprantama, kad gyvasai sidabras kilstels augštyn. Be to, kiekvieno skystimo paviršius visuomet yra statmenas veikiančioms tą paviršių jėgoms. Sukantis gyvajam sidabrui, čia veikia dvi jėgos: svarumo jėga ir išcentrinė jėga, ir pagaliau gyvojo sidabro paviršius nusistoja statmenai tų dviejų jėgų atstojamajai.

Išcentrinę jėgą pritaikintą mes matome įvairiuose džiovinamuose, arba sausinamuose, prietaisuose (sakysime, įdėję šlapias vilnas į skylelėtą cilinderį ir greitai jį sukdami, mes galime išvaryti iš vilnų šlapumą) lygiai taip, kaip įvairiose centrifūgose (atskirti grietinei nuo pieno, sėlenoms nuo miltų ir t. t.)

31 §. Keplerio dėsniai ir visuotinoji trauka.

Ypatingos reikšmės turėjo fizikoje centrinių jėgų principo pritaikymas prie žemės ir kitų planetų judėjimų. Astronomija, arba dangaus kūnų judėjimų mokslas, yra vienas iš seniausių mokslų, bet iki 17 amžiaus pradžios nepasisekė surasti aiškių ir paprastų dėsnių, kuriais galima būtų buvę apimti labai painūs planetų judėjimai. Šitoj srity labai didelį ir reikšmingą darbą atliko vokietis Jonas Kepleris (1571 — 1630), kuris mokslo atžvilgiu buvo labai artimas žmogus Galiliejui. Tas žmogus visą savo gyvenimą turėjo ko''oti su visokiais vargais, su didžiausiomis sunkenybėmis, ir tačiau jis įstengė atlikti astronomijos srity tokį darbą, kurio nepasisekė per tūkstančius metų padaryti jo pirmtakams. Remdamasis senovės ir vidurinių amžių astronomų stebėjimais ir matavimais, o ypač, palyginti, labai tiksliais Marso judėjimo nagrinėjimais ir matavimais, padarytais garsaus Danų astronomo Tycho de Brahe's, Kepleris 1609 metais paskelbė du dėsniu, kurie turėjo apimti visus planetų judėjimus.

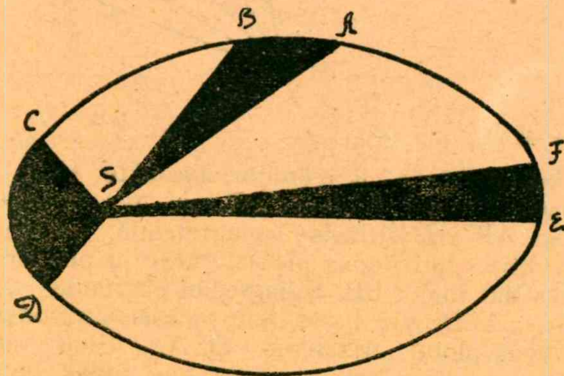
1) Visos planetos sukasi apie saulę elipsais, kurių viename židinyje (foke) yra saulė.

2) Plotai aprėžti spinduliais vektoriais (linijomis, jungiančiomis saulę ir planetą) vienodais laikais yra lygūs (žiūr. 36 pieš.).

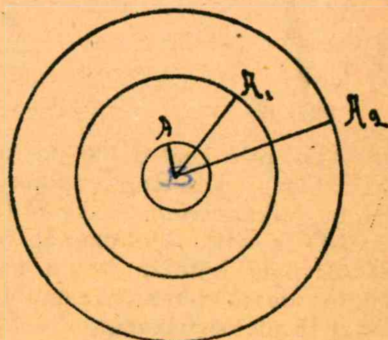
Kiek vėliau, būtent, 1618 metais, Kepleriui pasisekė formuluoti dar trečias dėsnis, kuris skamba taip:

3) Planetų apsisukimo laikų ketvirtainiai, (kvadratai), tiesiai proporcingi kūbams jų atokumų nuo saulės (žiūr. 37 pieš.).

Pažymėsime, pav., žemės apsisukimo laiką, išreikštą sekundomis, raide T_1, o jos atokumą nuo saulės BA raide r_1, Marso apsisukimo laiką raide T_2, o jo atokumą



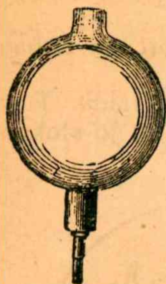
piež. 36



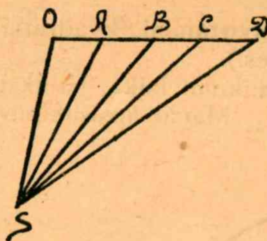
Pieš. 37

nuo saulės BA_1 raide r_2, tad trečiasis Keplerio dėsnis matematikos kalba gali būti išreikštas taip: $\frac{T_1^{\ 2}}{T_2^{\ 2}} = \frac{r_1^{\ 3}}{r_2^{\ 3}}$ arba $\frac{T_1^{\ 2}}{r_1^{\ 3}} = \frac{T_2^{\ 2}}{r_2^{\ 3}} = \frac{T_3^{\ 2}}{r_3^{\ 3}}$ . . . . . . konstant. Vadinasi, visoms planetoms be išimties santykis tarp apsisukimo laiko kvadrato ir atokumo nuo saulės kūbo yra pastovus dydis.

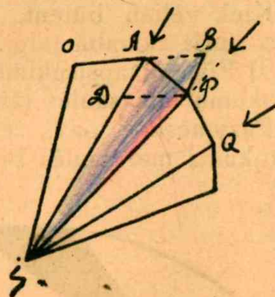
Šitie Keplerio dėsniai duoda aiškų atsakymą į klausimą, kaip sukasi apie saulę jos planetos. Šitie dėsniai yra grynai empiriniai. Mokslo srityje pirmutinis klausimas, kuris tenka sau užsiduoti visuomet, skamba taip: Kaip verčiasi gamtos reiškiniai. Ir tikrai ir tiksliai atsakyti į šį klausimą galima tik einant tyrinėjimo ir tyrimų, arba bandymų, keliu. Tai yra, taip sakant, pirmasai etapas tos arba kitos mokslo šakos ūgio. Bet pasiekus šitą etapą, tuojau atsistoja ir kitas klausimas: kodel gamtos reiškiniai verčiasi taip, o ne kitaip? Koksai yra paslėptas mechanizmas tų gamtos reiškinių, kurios jėgos veikia ir t. t. Tas klausimas atsistojo prieš mokslininkus ir astronomijos srity, kada tapo paskelbti trys garsūs Keplerio dėsniai. Šituo klausimu susidomėjo ir jaunas Newton'as, būdamas dar studentu Cambridge'o universitete. Jis irgi ieškojo tų jėgų, kurios palaiko planetas ant jų orbitų. Jo paties formuluotas inercijos dėsnis reiškia, kad nereikalinga jokios jėgos planetų judėjimams palaikyti, bet reikalinga jėga, kad atkreiptų planetą nuo kelio tiesia linija iš inercijos ir priverstų ją bėgti kreiva linija. Kuri tai jėga? Centrinių jėgų dėsniai buvo paskelbti Olandų fiziko Huygens'o kiek vėliau, bet, kaži kuriuo būdu, Newton'as dar prieš Huygens'ą įgijo supratimą apie centrines jėgas. Antrasai Keplerio dėsnis apie plotų lygumą aiškiai rodė, kad jėgos, kurių įtakoje juda planetos, išeina iš saulės, kaipo iš centrinio kūno. Spinduliais vektoriais tais pačiais laikais aprėžtų plotų lygybė savaime aiški, jeigu planeta slinktų tiesia linija, neveikiant jokiai jėgai. Iš tikrųjų, tegu OA, AB, BC, CD ir t. t. (žiūr. 38 pieš.) bus keliai, padaryti per vienodus laikus. Jeigu mes dabar sujungsime taškus O, A, B, C, D... su kuriuo nors tašku S, tai aišku, kad trikampių OSA, ASB, BSC ir t. t. plotai yra lygūs. Bet taip pat nesunku įsitikinti, kad tie plotai bus lygūs ir tada, kada kūnas juda varomas kokios nors nuolatinės jėgos, atkreiptos į vieną ir tą patį tašką (centrą). Tegu, iš inercijos, kūnas slenka tiesia linija OA ir per labai trumpą laiką atlieka kelią OA. Nuolat veikiančią jėgą mes galime pakeisti visa eile impulsų, atkreiptų į centrą S (žiūr. 39 pieš.), kurie seka vienas kitą per labai trumpus laikus. Tegu kūnas, pasiekęs tašką A, gauna impulsą centro S link, kuris priartintų kūną



Pieš. 35



Pieš. 38



Pieš. 39

per AD prie centro tuo pačiu laiku, kuriuo kūnas, iš inercijos, pasiektų tašką B (AB=OA). Tokiomis aplinkybėmis mūsų kūnas eis linija AP, ir per tą patį trumpą laiką pasieks tašką P (aišku, kad AP yra įstrižainė lygiagretainio, pastatyto ant AD ir AB). Trikampiai APS ir ABS turi lygius plotus, nes jų pagrindas yra tas pats, būtent AS, ir viršūnės yra ant linijos BP, lygiagrečios pagrindui AS. Iš kitos pusės, plotai trikampių OSA ir ASB yra lygūs, kaip anksčiau nurodyta. Todel ir plotas trikampio ASP bus lygus plotui trikampio OSA. Šitas samprotavimas galima atkartoti ir tolesniam trumpam laikotarpiui, per kurį tikras kūno nuvyktas kelias bus PQ ir spindulio vektorio aprėžtas plotas PSQ bus lygus plotams ASP ir OSA ir t. t. Sekdami tuo būdu per labai trumpus laikotarpius judėjimą toliau, mes rasime, kad kūno kelias sudaro taisyklingą daugiakampį su labai dideliu šonų skaičiumi, kurio perimetro ribos bus ratas. Taigi Newton'ui buvo aišku, kad, jeigu kūnas slenka rato apskritimu, įtakoje jėgos, atkreiptos į centrą, tai plotai, aprėžti spinduliu vektoriu tais pačiais laikais, yra lygūs. Jau nesunku buvo

geometrijos keliu nustatyti tas pats dėsnis ir tokiam atvejui, kada kūnas slenka elipsu, būdamas įtakoje jėgos, atkreiptos į vieną iš dviejų elipso židinių. Spėdamas, kad ta jėga yra tos pačios rūšies, kaip ir įcentrinė jėga, ir suderindamas įcentrinės jėgos reiškinį su trečiuoju Keplerio desniu, Newton'as priėjo prie išvados, kad ta jėga visoms planetoms, išeinanti iš saulės kaipo iš centro, mainosi atvirkščiai proporcingai ketvirtainiui atokumo nuo saulės. Mes anksčiau jau matėme, kad santykis tarp apsisukimo laiko ketvirtainio ir tarp kūbo planetos atokumo nuo saulės yra visoms planetoms pastovus dydis c: $\frac{T^2}{R^3}=c$, iš čia $T^2=c \cdot R^3$. Įcentrinė gi jėga $F=\frac{4\pi^2MR}{T^2}$ (kalbamajai planetai); iš čia $F=\frac{4\pi^2MR}{cR^3}=\frac{4\pi^2M}{cR^2}$. Priėjęs prie tos išvados, Newton'as geometrijos ir matemetikos keliu nustatė, kad jeigu planetos yra įtakoje tokios atkreiptos į centrą jėgos, kuri mainosi atvirkščiai proporcingai ketvirtainiui atokumo, tai tų planetų orbitos visuomet bus koksai nors kūgio (konaus) kirtimas: ratas, elipsas, parabola ar iperbola.

Panašių minčių turėjo Newton'as, kada 1665 metais del džiumos epidėmijos jis buvo priverstas apleisti Cambridge'ą ir grįžti į savo gimtinę Woolsthorpę. Jis išbuvo čia kuone dvejus metus, 1665 ir 1666, labai dažnai mąstydamas apie planetų judėjimus ir ieškodamas bendro pagrindo paslaptingiems Keplerio dėsniams. Jam aišku buvo iš to, kas pirma pasakyta, kad planetos yra įtakoje centrinių jėgų, bet gamtininkas niekuomet nepasitenkina tuo aiškumu, prie kurio jis prieina logingo samprotavimo keliu, kolaik jam pasiseks kuo nors būdu nurodyti, kad tokia jėga iš tikrųjų veikia. Yra padavimas, kad vieną nuorudenio dieną, sėdėdamas savo tėvų sode po obelia ir mąstydamas apie šituos dalykus, jis suradęs tą jėgą, obuoliui nuo obelies nukritus. Iš karto visas dalykas buvęs kaip žaibo nušviestas, ir Newton'as įsitikinęs, kad tarp saulės ir planetų veikianti ta pati jėga, kurios įtakoje obuolys krinta nuo obelies, akmuo ir kiti sunkūs kūnai krinta ant žemės ir pagaliau kuri reguluoja šovinių slinkimą kreiva linija žemyn. Anksčiau mes kalbėjome, kad šoviniai, iššauti iš patrankos, slenka žemyn parabola, bet, tiksliau sakant, tai bus ne parabolos, bet elipso dalis, tik labai ištempto elipso, kurio vienas židinys sueina su žemės centru. Jeigu taip, tai mėnuo, bėgdamas apie žemę, pasilieka ant savo elipsinės orbitos įtakoje tokios pat jėgos, kaip svarumo jėga ant žemės. Newton'o laikais buvo manoma, kad mėnulio atokumas nuo žemės (centras nuo centro) yra lygus 60 žemės spindulių. Kadangi, pasak Newton'o, ta jėga yra atvirkščiai proporcinga ketvirtainiui atokumo, tai aišku, kad ant mėnulio svarumo jėga bus 3600 sykių mažesnė, negu ant žemės paviršiaus: $\left(\frac{R^2}{(60R)^2}=\frac{1}{3600}\right)$, vadinasi, jeigu ant žemės greitėjimas g yra lygus 9,81 metro, tai ant mėnulio ta pati jėga įgreitina $\frac{9,81}{3600}=0{,}0027$-mis m. per sekundą. Vadinasi, taip greitėdamas mėnulis, žemės traukiamas, krinta ant žemės. Iš kitos pusės, mėnulio apie žemę apsisukimo laikas sudaro 27 dienas 7 valandas 43 minutes ir 11 sekundų, arba sekundomis — 2.360.591. Newton'o laikais buvo manoma, kad kiekvienas žemės dienovidinio laipsnis yra lygus 90 km., vadinasi, žemės apskritumas 360.90, iš čia žemės spindulys $R = \frac{360.90}{2\pi} = 5159$ km. Taip manė Newton'as, ir su formula įcentrinei jėgai pamėgino apskaityti žemės suteiktą mėnuliui greitėjimą, būtent:

$$F = \frac{4\pi^2MR}{T^2} = Ma, \text{ arba } a = \frac{4\,(3.14)^2.60.5159000}{2360591^2} = 0{,}0022$$

per sekundą. Apskaičiavimo vaisius nesutiko su laukiamu vaisium, ir Newton'as, kuris jau tarėsi suradęs tą bendrą jėgą, kuri reguluoja planetų judėjimus, pasijuto kaip ir apsivylęs. Atidėjęs tą klausimą į šalį, jis užsiėmė, sugrįžęs į Cambridge'ą, optika ir profesoriaudamas Cambridge padarė visą eilę reikšmingų išradimų šitoj srityje. 1672 metais jis tapo priimtas nariu į karališkąją anglų mokslo draugiją Londone. Iš tos draugijos gavo žinią apie naują žemės dienovidinio matavimą, padarytą Paryžiaus astronomo Pikaro, kuris žemės spinduliui R surado naują skaičių,

būtent, 5936 km. Patyręs apie tai Newton'as, atsiminęs savo apskaičiavimus, padarytus kuone už septynerių metų, surado juos ir perdirbo iš naujo su naujais daviniais. Rezultatas: mėnulis krinta ant žemės greitėdamas 0,0027-mis m. per sekundą. Dabar Newton'as suprato, kad jam pasisekė nušviesti vieną iš mūsų saulės sistemos paslapčių. Ta bendra jėga, kuri išeina iš saulės ir palaiko visas planetas ant jų orbitų, yra ne kas kita, kaip senai jau žmonėms žinoma svarumo jėga, veikianti ant žemės. Ta jėga yra tiesiai proporcinga kūnų masėms ir atvirkščiai proporcinga ketvirtainiui tų kūnų atokumų. Bet jeigu tokia jėga veikia tarp kūnų, kurie sudaro saulės sistemą, tai reiškia, kad ta jėga veikia tarp visų kūnų, kokie tik yra pasaulyje, ir tarp visų mažiausių materijos dalelių. Ir apibendrindamas šitą savo reikšmingą išradimą, Newton'as paskelbė garsų visuotinosios traukos dėsnį: Bet kokios dvi materijos dalelės traukia viena antrąją jėga, proporcinga jų masių sandaugai ir atvirkščiai proporcinga ketvirtainiui jų atokumo nuo viena antrosios: $f = k. \frac{m.m_1}{d^2}$ (m ir m_1 dalelių masės išreikštos gramais, d jų atokumas išreikštas centimetrais ir f jėga išreikšta dinomis). Kai del konstantos k, tai iš šitos formulos aišku, kad tai bus jėga, kuri veikia tarp dviejų dalelių materijos, iš kurių kiekviena turi masę vieno gramo ir kurių atokumas nuo viena antros yra vienas centimetras. Šita konstanta vėliau buvo eksperimento keliu nustatyta Kavendišo. Ji žinoma fizikoje kaipo Newton'o visuotinosios traukos konstanta.

Pirmų pirmiausia reikia pabrėžti, kad Keplerio dėsniai pasirodo kaip išvada iš šito Newton'o dėsnio. Apie tai, kad, jeigu atkreipta į centrą veikiančioji jėga yra atvirkščiai proporcinga ketvirtainiui atokumo, tai kūnai slenka kreivomis linijomis, kurios yra kūgio kirtimai, jau pasakyta anksčiau ir matematikos keliu išrodyta buvo Newton'o. Taip pat mes jau matėme, kad jeigu kūnai slenka ratais arba elipsais, tai jų spinduliai vektoriai tais pačiais laikais aprėžia lygius plotus. Tad pasilieka tik parodyti, kad ir trečias Keplerio dėsnis tiesiog išeina iš Newton'o dėsnio. Pažymėsime žemės apie saulę apsisukimo laiką, išreikštą sekundomis, raide T_1, o Marso raide T_2, atokumus žemės ir Marso nuo saulės pažymėsime raidėmis R_1 ir R_2, tad ta jėga, kuri palaiko žemę ant jos orbitos $F_1 = \frac{4\pi^2 M_1 R_1}{T_1{}^2} = k \frac{M_1 \, M}{R_1{}^2}$ (M_1 žemės masė, o M saulės (centrinio kūno) masė.) Taip pat del Marso ta jėga $F_2 = \frac{4\pi^2 M_2 R_2}{T_2{}^2} = k \frac{M_2 \, M}{R_2{}^2}$. Padalinę vieną lygtį iš antros, mes gausime $\frac{T_2{}^2 R_1}{T_1{}^2 R_2} = \frac{R_2{}^2}{R_1{}^2}$ arba $\frac{T_2{}^2}{T_1{}^2} = \frac{R_2{}^3}{R_1{}^3}$ (trečiasai Keplerio dėsnis). Iš čia aišku, kad santykis tarp planetos atokumo nuo saulės kūbo ir planetos apsisukimo laiko ketvirtainio del visų planetų yra tas pats dydis, būtent, $\frac{R^3}{T^2} = k \frac{M}{4\pi^2}$. Vadinasi, trečiasai Keplerio dėsnis duoda galimumo apskaičiuoti masę centrinio kūno (saulės), jeigu tik mes žinome planetos apsisukimo laiką ir jos atokumą nuo saulės. Aišku, kad žinodami mėnulio apsisukimo laiką apie žemę ir jo tolumą nuo žemės, mes galime, eidami šituo dėsniu, apskaityti žemės masę. Suprantamas dalykas, kad reikia dar žinoti reikšmė konstantos k, prie kurios Newton'as buvo priėjęs netiesioginiais apskaitymo keliais. Čia ne vieta kalbėti apie visas begalines šito reikšmingo Newton'o dėsnio išdavas. Smulkiau ir plačiau apie tai kalbama astronomijoj, bet visgi reikia ir čia pažymėti, kad šitas dėsnis taip, kaip čia formuluotas, pritaikomas tiktai prie dviejų materijos dalelių, arba prie dviejų kūnų, traukiančių vienas antrą, bet, jeigu mes turime daugiau kaip du kūnu, dalykas komplikuojasi, ir išreikšti judėjimas trijų kūnų sistemos yra labai painus uždavinys, kurį tačiau išsprendė Newton'as, nes čia jau mes turime darbo su perturbacija, arba su pakeitimu orbitos dviejų kūnų bendro judėjimo centro trečio kūno įtakoje. Perturbacijos uždavinys visiems saulės sistemos kūnams iki šios dienos dar neišspręstas.

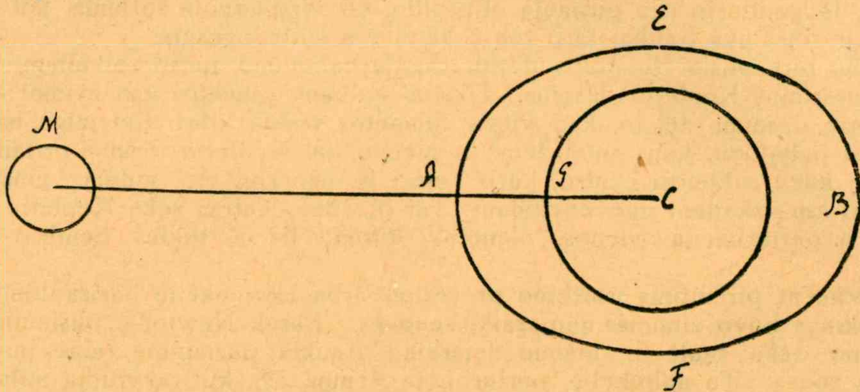
Taigi visuotinosios traukos reiškinys $F = k \cdot \frac{M_1 M_2}{R^2}$ pritaikomas tik dviem materijos taškam arba dviem taisyklingiems rutuliam, nes rutulio masė traukia taip, kad, tarytum, ji būtų sukoncentruota rutulio centre. Jeigu kūnai yra kitokios lyties, sakysime, išsigaubusio per pusiaują elipsoido, tai viršpaduota formula jau nebepritaikoma, ir reiškinys traukai tarp tokių kūnų yra sudėtingesnis.

Pirmų pirmiausia Newton'o dėsnis duoda galimumo įnešti reikalingų pataisų į grynai empirinius Keplerio dėsnius. Tiksliai kalbant, planetos gan žymiai apsilenkia su Keplerio dėsniais del to, kad vienos planetos veikia kitas. Bet jeigu mes turime planetą su palydovu, kaip antai, žemė ir mėnuo, tai Keplerio dėsniai pritaikomi prie bendro tų kūnų sukimosi centro, kuris žemei ir mėnesiui yra vidury mūsų žemės apie 1.500 km., skaitant nuo paviršiaus. Tai ot, šitas centras seka Keplerio dėsniais. Pagaliau ir perturbacija vienos planetos kitomis liečia tokius bendrus sukimosi centrus.

Newton'as pirmutinis išaiškino precesiją, arba ekvinokcijų pasiskubinimą, nors tasai reiškinys buvo žinomas nuo graikų senovės. Pasak Newton'o, pusiaujinio žemės išsigaubimo dėka saulė ir mėnuo smarkiau traukia pusiaujinę žemės juostą, negu ašigalines zonas. Ta aplinkybė perturbuoja žemės ašį, kuri svyruoja eidama kūgio paviršium, panašiai kaip sukasi ant grindų skritulio (vilkelio) ašis. Tas žemės ašies svyravimas, kurio periodas, Newton'o apskaičiavimu, yra apie 26.000 metų, kaip tik sudaro tikrą priežastį precesijos. Tačiau ne tik saulė ir mėnuo, bet ir kitos planetos perturbuoja iš savo pusės žemės ašį ir yra priežastimi kitos dar precesijos, kurios periodas yra kitoks. Be to, del šito kitų planetų veikimo, žemės orbita tai išsitempia, tai susitraukia, artindamasi prie tikslingo rato. Tas žemės ašies svyravimas ir josios orbitos formos kaitaliojimas yra svarbiausia priežastis kaitymosi klimato arba šilimos padalijimo ant žemės.

Newton'as pirmutinis išaiškino senai žinomus ir turinčius didelės reikšmės jūrininkystėj pótvynių (pókylių) ir atóslūgių reiškinius. Ir tas jo išaiškinimas savo laiku padarė smarkaus įspūdžio ir įtikino gal labiau negu kas kitas visuotinosios traukos dėsnio teisingumu. Senai buvo pastebėtas ryšys tarp mėnesio tarpų (arba fazių) ir vandenyno kupros arba išsigaubimo didumo. Senai buvo žinoma, kad ta kupra yra užvis didesnė, kai būna pilnatis ir jaunas mėnuo, o kvadratūromis ta kupra būna mažesnė. Pirmuoju atveju kalbama apie augštą vandenį, antruoju apie žemą (seklų) vandenį. Bet kada Jonas Kepleris parašė Galiliejui laišką apie tai, kad, jo nuomone, potvyniai ir atoslūgiai esą mėnulio darbas, tai Galiliejus išjuokė jį, sakydamas, kad toks išaiškinimas esąs panašus į burtą. Bet Newton'as grįžo prie tos Keplerio minties ir pažiūrėjo į žemės vandenis, į vandenyną, kaipo į žemės palydovą, panašų į mėnulį, kurio sukimasis kartu su žeme apie ašį reguliuojamas perturbacijos jėgomis, išeinančiomis iš mėnesio ir iš saulės. Vandenynas iš tos pusės žemės, iš kurios yra mėnuo, traukiamas smarkiau negu pati žemė, ir todel iš tos pusės jam iškįla kupra, jisai išsipučia. Tas pats bus iš skersmeniškai priešingos žemės pusės, nes ten žemė arčiau prie mėnulio negu vandenynas, vadinasi, traukiama smarkiau negu jis. Ir vandens dalelės, taip sakant, atsilieka nuo žemės, ir todel pasidaro irgi vandenyno kupra. Tarp tų dviejų kuprų mes turime vandenyno įdubimą, Tai ot, šitos kupros ir tie įdubimai bėga apie žemę kartu su mėnuliu taip, kad kiekviena kupra apeina, arba apibėga, apie žemę per 24 valandas 50 minutų (žiūr. 41 pieš.). Vadinas, kiekvienoj žemės vietoj, kuri prieina prie vandenynų, dusyk per parą bus augštas (pakilęs) vanduo (laikotarpis tarp jų apie 12 valandų 25 minutes) ir dusyk bus žemas (nuslūgęs) vanduo. Panašiai veikia ir saulė, tiktai saulės sukildintos vandenyno kupros bus žemesnės negu mėnulio sukildintos, nes saulė yra daug toliau nuo žemės negu mėnulis, ir, be to, saulės iškildinta kupra apibėga apie žemę per 24 valandas. Pilnaties arba jauno mėnesio tarpu mėnesio ir saulės veikimas susideda, ir tada mes turime pakilusį vandenį. Kvadratūrose mėnuo ir saulė veikia vienas kitam priešingai, ir tada mes turime nuslūgusį vandenį. Iš čia Newton'as apskaitė, kad vien saulės veikimu okeano vandens paviršius pakeliamas per vieną pėdą, o vien mėnesio

veikimu per tris pėdas. Bet del tos, palyginti, nedidelės vandenyno kupros gali labai didžiai vandens lygumas svyruoti, kur vanduo išsiveržia iš vandenyno į upes ir į kanalus, kur svyravimai gali siekti ir keliolika ir net kelias dešimtis pėdų, kaip antai, Liverpulio uoste.



Pieš 40

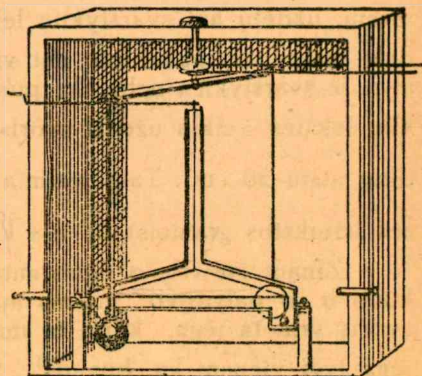
Savaime aišku, kad potvynių ir atoslūgių reiškinys sudaro ypatingą trynimos momentą, žemei sukantis, ir mažina to sukimosi greitumą taip, kad paros ilgis pamažu, bet atkakliai, didėja. Šiandien tai yra nustatytas faktas, ir žemė del potvynių ir atoslūgių priežasties eina prie tokios padėties, kada jos para, arba laikas apsisukimo apie ašį, pasidarys lygus metams, arba laikui apsisukimo apie saulę. Tegu kas metai para darosi ilgesnė labai maža dalimi sekundos, bet tos labai mažos dalys sekundos, tie labai maži pasivėlinimai sumuojasi ir įvarys mūsų žemę į tokį stovį, kuriame jau šiandien yra mėnulis, kuris apie žemę sukasi tiek pat laiko, kaip ir apie savo ašį, taip kad visuomet ta pati mėnulio pusė atkreipta į žemę. Prie tokio stovio mėnulį privedė žemė, sukildindama ant jo potvynių ir atoslūgių reiškinius, kada ant mėnulio buvo vandens. Dabar mėnulis, taip sakant, keršija.

Bet užvis smarkiausio įspūdžio mokslininkų ir šiaip jau apsišvietusių žmonių tarpe padarė Newton'o dėsnio ir išeinančios iš jo perturbacijos teorijos pritaikinimas prie išaiškinimo netaisyklingų Urano planetos judėjimų ir prie surišto su tuo Neptūno planetos atradimo. Vókietis Herschel'is, kuris veikė kaipo astronomas Anglijoj, 1781 metais atrado Urano planetą ir susekė jos orbitą, nes orbitai susekti pakanka surasti tik trijų planetos padėčių. Žinant orbitą, galima, žinoma, iš anksto numatyti visą planetos kelionę apie saulę ir sekti ją iš observatorijos. Bet 1820 metais buvo pastebėta, kad Uranas nesilaiko savo orbitos, apsilenkdamas, tiesa, labai mažai, per kokios pusantros minutės kampą, bet visgi apsilenkdamas. Vėliau buvo pastebėta, kad tie apsilenkimai su teoriškai nustatytu judėjimu darėsi vis didesni. Taigi šituo dalyku susidomėjo jaunas Cambridge'o studentas John'as Adams'as 1841 metais ir, ėmęs dalyką svarstyti, pamėgino išaiškinti Urano, taip sakant, klaidžiojimą, išeinant iš Newton'o perturbacijos teorijos. Manydamas, kad Uraną perturbuoja nežinomas dar saulės sistemos kūnas, John'as Adams'as puikiai atsakė į pastatytą sau klausimą ir pasiuntė savo raštą apie Urano perturbaciją karališkajam astronomui Greenwich'e profesoriui Airy. Tame rašte Adams'as aiškiai nurodė, kurioj dangaus vietoj reikia ieškoti naujos planetos. Profesorius Airy neatkreipė pakankamai domės į šitą raštą, o anglas Adams'as buvo perdaug flegmatiškas ir lėtas ir, negavęs iš Greenwich'o atsakymo, nebekibo į šį dalyką. Taip ir pasiliko. Vėliau, 1843—1844 metais, šituo klausimu susidomėjo jaunas Prancūzų matematikas Paryžiuje Leverrier ir taip pat priėjo prie išvados, kad Urano judėjimo netikslumai reikia išaiškinti perturbacija, išeinančia iš nežinomo dar saulės sistemos kūno. Jis įkibo į tą klausimą rimtai, išsprendė perturbacijos uždavinį ir, būdamas gyvas ir aktingas prancūzas, parašė apie tai laišką 1846 metais profesoriui Halle, Berlyno

observatorijos astronomui, žinodamas, kad tuo laiku Berlynas turėjo gerų įrankių, ir, be to, tikėdamas, kad joks vokietis nepaliks neatkreipęs į tokį dalyką akių. Profeferius Hallė gavo laišką rugsėjo 23 dieną, ir tos pačios dienos vakare įėjęs į observatoriją atkreipė savo teleskopą į dangaus vietą, Leverrier'o nurodytą. Ir labai trumpai apie šitą dangaus vietą «pažvejojęs» atrado naują kūną, Neptūno planetą. Čia Newton'o dėsnio pritaikinimas davė galimumo numatyti naujus įvykius, atrasti visiškai naują dalyką, žodžiu sakant, tas dėsnis įgalino tiksliai ir aiškiai išpranašauti ateitį. Tat yra didžiausia tikslaus mokslo desnių reikšmė, ir tuo pačiu laiku galingiausias tų dėsnių teisingumo patikrinimas.

32 §. Visuotinosios traukos konstanta k. Kavendiš'o eksperimentai (1798).

Iš formulos $f=k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ aišku, kad konstanta k yra ne kas kita, kaip jėga, išreikšta dinomis, kuri veikia tarp dviejų masių, kiekviena lygi vienam gramui, per vieną centimetrą atstu nuo viena kitos. Kad sita formula galima būtų pasinaudoti apskaičiuojant centrinio kūno masę, sakysime, žemės masę, išeinant iš žemės traukimo, arba saulės masę, išeinant iš tos traukos, kuria saulė traukia žemę, reikia žinoti šita konstanta k. Newton'as netiesioginiais keliais buvo nustatęs šitos konstantos dydį, bet svarbu buvo tiriamuoju keliu, tiesioginiu matavimu nustatyti šitas toks reikšmingas fizikai dydis. Tą darbą atliko Henry Cavendish (Kavendiš'as). gimęs 1731 metais Nicoje ir miręs 1810 metais Londone. Tai buvo augštos kilmės ir labai turtingas žmogus, lordas, bet tuo pačiu laiku buvo labai keistas vyras. Visą savo gyvenimą pašventė mokslo tyrinėjimams, daugiausia iš fizikos ir chemijos srities, gyveno kaip vienuolis, dirbo ir šiokiomis ir šventomis dienomis, vengė pažinčių, bet paliko didelį intelektualinį turtą, ir šiandien yra žinomas kaipo vienas iš puikiausių ir tiksliausių tyrėjų (arba eksperimentatorių). Ne vienas jo išradimas ir ne vienas jo padarytas matavimas davė paskutiniais laikais didelių vaisių, ir teorijos ir praktikos atžvilgiu. Tai tas žmogus pirmutinis «atsvėrė žemę», arba, kitaip sakant, pirmutinis tyrimo keliu surado konstantą k. Tas tyrimas jo padarytas 1798 metais šitokiuo prietaisu (žiūr. 41 pieš.). Jis paėmė stiebą, pakabino jį už vidurio ant plono metalinio siūlo ir ant galų to stiebo užnėrė dvi lygias mases po 730 gramų taip, kad stiebo masė buvo labai maža, palyginti su dviem masėm homogeninių rutulių pavidalo, uždėtų ant stiebo galų. Tegu šito stiebo ilgis bus 2l, ir tegu kiekvieno rutulio masė bus m. Prie kito stiebo, storesnio ir stipresnio, sujungto su skridiniais ant tam tikrų rėmų, jis ant galų prikabino du lygius rutulius po 168 kg. Pažymėsime masę kiekvieno iš šitų rutulių raide M. Skridinio ir stiebo pagalba jis galėjo priartinti didžiuosius rutulius prie mažųjų taip, kad didieji rutuliai būtų iš įvairių pusių mažųjų rutulių, kitaip sakant, kad traukos jėga stengtųsi pakreipti arba pasukti mažuosius rutulius ta pačia prasme. Kavendiš'as išmatavo kampą φ, kuriuo pasisuko stiebas 2l, su rutuliukais, artinant prie jų iš priešingų pusių didžiuosius rutulius, lygiai kaip ir atokumą r tarp didžiųjų ir mažųjų rutulių. Tų davinių pakanka apskaityti konstantai k. Didžiųjų rutulių masės, traukdamos mažųjų rutulių mases, suka parimusį stiebą iš jo ramios padėties. Tam sukimui priešinasi metalinio siūlo elastingumo jėga, ir pusiausvyra įvyksta tada, kada elastingumo jėgos momentas yra lygus traukiančių jėgų suktiniam (sukamam) momentui. Pažymėsime



Pieš. 41

traukos jėgą tarp M ir m raide F, tai porio jėgų suktinis momentas bus 2. F. l, nes tokia pat jėga ta pačia prasme veikia iš abiejų stiebo pusių. Pažymėsime suktinį metalinio siūlo momentą raide C, turint kampo vienetą, tada suktinis elastingos jėgos momentas, turint kampą φ, bus C . φ. Taigi pusiausvyrai turime 2. F. l = C. φ. Norint surasti koeficientą C, reikia duoti stiebui su masėmis m svyruoti gulsčioje plotmėje ir nustatyti svyravimo laiką T. Tad $T = \pi \sqrt{\frac{I}{C}}$ (šitos formulos išvada bus padaryta vėliau). I čia reiškia vadinamąjį inercijos momentą stiebo 2 . l su masėmis m, kuris yra lygus 2m. l^2 (apie inercijos momentą ir jo išreiškimą smulkiau kalbėsime irgi vėliau). Čia tiktai pažymėsime, kad del kiekvieno svyruojančio arba sukamo kūno reikia skaitytis su inercijos momentu. Taigi $C = \frac{\pi^2 . I}{T^2} = \frac{\pi^2 2 . m . l^2}{T^2}$ ir $2. F. l. = \frac{\pi^2 . 2 . m . l^2}{T^2} . \varphi$, arba $F = \frac{\pi^2 m . l . \varphi}{T^2}$. Iš kitos pusės trauka tarp dviejų masių M ir m, r cm-ų atstu nuo viena antros Newton'o dėsniu yra $F = k . \frac{M . m}{r^2}$. Iš čia $k = \frac{\pi^2 . r^2 \, l . \varphi}{T^2 M}$. Tuo būdu padaręs visą eilę tyrimų, Kavendiš'as atrado, kad $k = 6{,}66 . 10^{-8}$ dinų (arba $\frac{1}{15.000.000}$ dinos). Vadinasi, dvi masės kiekviena lygi vienam gramui, vieno centimetro atstu nuo viena antros, traukia viena antrą jėga $\frac{1}{15.000.000}$ dinos.

Kitas prieinamesnis, bet ne toks tikslus būdas Newton'o konstantai k apibrėžti, tai yra pavartojimas tam tikslui paprastų svarstyklių. Reikalinga augštas kambarys, arba salė, bent 10 metrų augščio. Svarstyklės turi būti pastatytos augštai, sakysime, prie pat lubų. Prie vienos svarstyklių lėkštės ant ilgos 8 metrų vielos prikabinama rutulys, kurio masė 1 kg. yra kompensuojama tam tikrais svoriais ant kitos svarstyklių lėkštės. Žemai, po šituo rutuliu, statoma per 50 cm. nuo jo didelis rutulys, kurio masė 5 tonos arba 5.10^3 kg. Svarstyklės turi būti toli nuo šitos didžiulės masės, kad eliminuotų jos veikimą svorių, padėtų ant svarstyklių lėkštės. Kalbamuoju atveju didelio rutulio veikimas mažo rutulio bus 256 sykius smarkesnis negu jo veikimas masių, uždėtų ant svarstyklių lėkštės ($8^2 : \frac{1}{4}$). Taigi priartinus per 50 cm. rutulio didelę masę prie pakabinto ant vielos rutulio, šis pastarasis bus patrauktas truputį žemyn, ir svarstyklės nebeteks pusiausvyros. Sudaryti pusiausvyrai, ant kitos svarstyklių lėkštės reikia uždėti svoris mažėlesnis kaip $\frac{1}{7}$ mgr., kuris yra lygus jėgai 0,133 dinų atstu 50 cm. Taigi galima parašyti tokia lygtis: $0{,}133 = k . \frac{10^3 . 5 . 10^6}{50^2}$ (čia masės išreikštos gramais). Iš čia $k = \frac{0{,}133 . 50^2}{5 . 10^9} = 6{,}66 . 10^{-8}$.

Žinant Newton'o konstantą k ir traukiamąją jėgą, kuri veikia tarp centrinio kūno ir jo palydovo, galima apskaityti to centrinio kūno masė. Pav., masės 1 kg. svoris yra ta jėga, kuria ta masė traukiama prie žemės centro. Išreikšta dinomis, jėga lygi vienam kg. bus $10^3 . 981$. Taigi $10^3 . 981 = \frac{10^3 . M . 6{,}66 . 10^{-8}}{(637 . 10^6)^2}$. Čionai M reiškia žemės masę, išreikštą gramais, o $637 . 10^6$ yra žemės spindulys, išreikštas centimetrais. Iš čia apskaitoma $M = 5{,}96 . 10^{27}$ gr., arba apskritai 6000 trilionų tonų. Tai yra žemės masė. Žinant žemės spindulį, galima apskaityti žemės tūris, ir padalijus visą žemės masę iš žemės tūrio surasti vidutinis žemės tankumas, kuris yra 5,5. Todel Kavendiš'o tyrimas, kuriuo jis nustatė Newton'o konstantą k, ir vadinasi fizikoje «žemės pasvėrimas». Toliau mes turėsime progos pasipažinti su kitais metodais šitos konstantos k apibrėžimo. Čia tik reikia konstatuoti, kad ir kiti metodai duoda tų pačių išdavų.

Apskaitysime dabar saulės masę, kuri yra centrinis kūnas žemei kaipo saulės palydovui. Atokumas žemės nuo saulės 140000000 km., skaitant centras nuo centro, jos greitumas, bėgant jai apie saulę elipsine orbita, 30 km., per sekundą. Išeidami iš šitų davinių ir skaitydami, kad žemės orbita labai mažai skiriasi nuo rato, mes galime apskaityti tą jėgą, kuria žemė traukiama prie saulės. Tą jėga yra ne kas kita, kaip įcentrinė jėga, susidaranti del žemės sukimosi apie saulę. Įcentrinė jėga $F=\frac{M \cdot v^2}{R}=\frac{5,96 \cdot 10^{27} \cdot (3 \cdot 10^6)^2}{14 \cdot 10^{12}}$. Čionai žemės masė išreikšta gramais, jos greitumas centimetrais lygiai kaip ir žemės orbitos spindulys R. Padarę reikalingus veiksnius, mes rasime, kad ta įcentrinė jėga yra 0,588 dinų. Pritaikindami Newton'o visuotinosios traukos dėsnį, mes turėsime: $0,588=6,66 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{MS}{(14 \cdot 10^{12})^2}$. Čia S yra saulės masė gramais, o M žinoma jau mums žemės masė $(5,96 \cdot 10^{27})$. Išskaičiavę, rasime, kad $S=333\,333 \cdot 5,96 \cdot 10^{27}$ gramų, arba saulės masė trečdaliu miliono sykių didesnė negu žemės masė.

35 §. Švytuoklė ir harmoningi (darnūs) svyravimai.

Jeigu veikiančios kūną jėgos yra pusiausvyroj, kitaip sakant, jeigu jų atstojamoji jėga yra lygi nuliui, tai kūnas yra arba parimęs, arba jis slenka tolyginiu greitumu iš inercijos. Mes galime žiūrėti į parimimą kaipo į ypatingą judėjimo stovį su galutinu greitumu nulis. Bet tokiais atvejais mechanikoj kalbama apie kūno pusiausvyrą.

Kiekvienas kūnas ant žemės yra įtakoje žemės traukiamosios jėgos, arba svorio. Tas svoris susideda iš svorių daugybės atskirų dalelių, arba molekulų, iš kurių susideda kūnas. Taigi kiekviena kūno dalelė yra įtakoje svarumo jėgos, atkreiptos į žemės centrą. Visų tų jėgų linkmė yra ta pati, jos veikia lygiagretiškai. Mes žinome, kaip sudėti 2 arba daugiau jėgų, veikiančių įvairiomis linkmėmis, toliau mes pasipažinsime su tuo, kaip sudedamos lygiagretės jėgos. Čia tik pasakysime, kad atstojančioji keletą lygiagrečių jėgų, veikiančių ta pačia linkme, yra lygi jų sumai ir veikia ta pačia linkme. Ta atstojamoji turi kiekvienam kūne savo pridedamąjį tašką, kuris vadinasi svarumo centras, arba masės centras. Pav., rutuliui ta atstojamoji bus suma svorių visų atskirų dalelių, iš kurių susideda rutulio masė, ir jos pridedamasai taškas bus rutulio centras, taigi rutuliui svarumo centras ir jo geometrinis centras sutampa. Kitiems kūnams tas svarumo, arba masės, centras turi, taip sakant, savo aiškiai apibrėžtą vietą, ir jo padėtis taisyklingiems kūnams gali būti surasta, vadovaujantis geometriniais dėsniais, o kitiems kūnams tam tikrai tiriant.

Jeigu koksai nors kūnas pakabintas ant siūlo arba užmautas ant ašies taip, kad jo svarumo ar masės centras yra žemiau negu paramos taškas arba paramos linija, tai toksai kūnas yra pastovios pusiausvyros padėty, nes kūnas, išjudintas iš jo ramybės padėties, sakysime, atlenktas į vieną arba kitą pusę, ima svyruoti lanku, kuris sudaro dalį rato, nupiešto išeinant iš jo paramos taško, kaipo centro su spinduliu, kuris yra lygus atokumui jo paramos taško nuo jo svarumo, arba masės, centro. Tokie svyravimai nuolat mažėja, ir pagaliau kūnas grįžta prie savo ramybės padėties, kada kūno paramos taškas ir svarumo centras randasi ant tos pačios statinės linijos. Kiekvienas kūnas, kuris taip svyruoja arba net sukasi apie ašį, kuri eina per paramos tašką, vadinasi fizinė švytuoklė. Laikas, kuris pereina, kūnui svyruojant, nuo vienos kraštutinės padėties iki kitos, sakysime, nuo kraštutinio atsilenkimo į kairę pusę iki kraštutinio atsilenkimo į dešinę pusę,—paprastai vadinasi svyravimo (svyruojamasai) laikas. Atsilenkimo didumas, matuojamas atsilenkimo kampu arba to kampo sinusu, vadinasi svyruojamoji (svyravimo) amplitūda.

Galiliejus pirmutinis nustatė pamatinius švytuoklės svyravimo dėsnius. Štai kuris atsitikimas privedė jį prie švytuoklės problemos. Dalyvaudamas vienąsyk vakaro pamaldose Pizos katedroj, jis atkreipė akis į žibę (lempą), pakabintą ant grandinės, kurią uždegė katedros tarnas. Žibė, patraukta žemyn ir kiek atlenkta į šalį bei paleista, ėmė suptis, svyruoti, linguoti. Pripuolamai Galiliejus pastebėjo, kad jo pulso mušimas sutinka su žibės svyravimu. Toliau Galiliejus pastebėjo, kad ma-

žėjant žibės atsilenkimams nuo pusiausvyros padėties (mažėjant svyruojamosioms amplitūdoms) svyruojamasai laikas nesimaino. Tuo būdu Galiliejus pirmutinis nustatė dėsnį apie izochroninį švytuoklės svyravimą, arba apie nepareinamumą švytuoklės svyruojamojo laiko nuo amplitūdos.

Šiandien mes žinome, kad šitas Galiliejaus dėsnis yra teisingas tik tada, kada svyruojamosios amplitūdos yra mažos, arba kada atsilenkiamieji kampai yra maži. Įsileidęs į tą dalyką, Galiliejus nustatė ir kitą svarbų dėsnį, būtent, apie pastovumą švytuoklės svyruojamosios plókšties (-tumós), nes svyruojanti švytuoklė priešinasi kiekvienai pastangai pakeisti jos svyruojamąją plokštį. Pagaliau jis pirmutinis atrado formulą matematinės švytuoklės svyruojamajam laikui. Jeigu mes įsivaizduosime sau siūlą be masės ir nesitrinantį, pakabintą už vieno galo su mase m, koncentruota vienam taške ant kito galo siūlo, tai mes turėsime matematinę švytuoklę. Kiekvienos fizinės švytuoklės, kaip mes pamatysime toliau, mes galime surasti visuomet tokią matematinę švytuoklę, kurios svyruojamasai laikas bus toks pat, kaip fizinės švytuoklės. Reikia tik, kad matematinės švytuoklės ilgis (atokumas nuo pakabinimo taško iki masės centro) būtų lygus atokumui tarp fizinės švytuoklės dviejų svyravimo ašių arba svyravimo centrų tokioj podėty, kad tarp jų būtų švytuoklės masės centras ir kad apie kiekvieną ašį švytuoklė svyruotų tuo pačiu laiku.

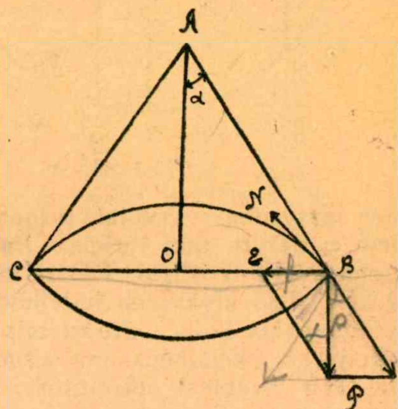
Pieš. 42

Panagrinėsime dabar matematinę švytuoklę, kad išaiškintum santykį tarp veikiančių jėgų ir judėjimo švytuoklei svyruojant. Tegu linija OA atvaizduoja matematinę švytuoklę (žiūr. 42 pieš.). O bus pasiremiamasai taškas, arba svyruojamasai centras. Taške A bus masė m, vadinasi, tame taške pridėta jėga, kuri veikia statinai ir yra lygi masės m svoriui ($p = m.g$). OA yra matematinės švytuoklės ilgis; pažymėsime jį raide l. Atlenksime dabar švytuoklę OA į naują padėtį OA_1. Taške A_1 veikia masės svoris p (jėga A_1B) statinai, sudarydamas dabar kampą su švytuoklės ilgiu. Išskaidysime jėgą A_1 B į 2: išilgai OA_1 ir statmenai. Jėgą $A_1 B_1$, kuri veikia išilgai siūlo OA_1, kompenzuojasi siūlo įtempimu. Jėga $A_1 C = p. \sin\alpha$ varo švytuoklę prie jos ramybės padėties. Aišku, kad ta jėga bus juo didesnė, juo didesnis bus kampas α ir pasieks maksimą tada, kada α pasidarys lygus 90^0. Sinα arba statmuo A_1 D vadinasi čia svyruojamoji amplitūda. Įtakoje jėgos $A_1 C = p . \sin\alpha$ masė ims slinkti lanku A_1 A prie savo ramybės padėties. Kampas α mažės, vadinasi, ir veikianti jėga p. sinα irgi mažės ir pasieks minimą tada, kada α bus lygus nuliui arba kada švytuoklė vėl pasieks pusiausvyros padėtį OA_1. Bet šitoj padėty masės greitumas bus maksimalinis, nes slinkdama nuo A_1 iki A masė visą laiką gaus naujų impulsų, nors vis mažesnių ir mažesnių del nuolatinio mažėjimo jėgos p. sinα. Padėtyje A statmena sudedamoji dalis svorio p bus nulis, bet greitumas, masės m įgytas, bus maksimalinis. Todel iš inercijos masė neapsistos taške A, bet eis lanku AA_2 į kitą pusę. Atsilenkus švytuoklei OA į kitą pusę, vėl susidarys statmenai švytuoklės ilgiui jėga p. sin α, kuri stengsis suteikti masei m greitėjimą pusiauvyros padėties link, ir tuo būdu mažins įgytą masės greitumą. Kada švytuoklės atsilenkimas į kitą pusę pasieks tą patį laipsnį, matuojamą kampu α, tad masės greitumas pasidarys lygus nuliui, ir įtakoje jėgos p. sin α visuomet atkreiptos į pusiausvyros padėties pusę, masė ims slinkti algal nuolat greitėdama ir vėl peršoks ramybės padėtį A, atsilenks iki A_1 ir t. t., žodžiu sakant, tokia matematinė švytuoklė, atlenkta nuo savo pusiausvyros padėties, svyruoja, amžinai. Matematinės švytuoklės svyravimui charakteringas dalykas tas, kad jėga,

kuri palaiko svyravimą, visuomet atkreiptą į pusiausvyros, arba ramybės, padėties pusę ir yra juo didesnė, juo didesnis yra atsilenkimas nuo ramybės padėties. Svyravimai, ištikę del tokių jėgų, vadinasi harmoningi svyravimai. Suspaustas ir paleistas elastingas spyruoklis irgi harmoningai svyruoja, nes ir čia elastingos jėgos visuomet atkreiptos normalinės padėties link, visuomet veikia ta prasme, kad atstatytų normalinį ramybės stovį, ir tų jėgų didumas yra tiesiai proporcingas atsilenkimui spyruoklio dalelių nuo normalinės padėties.

Paprastai švytuoklės svyruojamu laiku vadinamas laikotarpis tarp dviejų kraštutinių švytuoklės padėčių (laikas nuo atsilenkimo, sakysime, į dešinę pusę iki atsilenkimo į kairę pusę; arba laikas nuo atsilenkimo nuo ramybės padėties į kokią nors pusę iki sugrįžtant į tą ramybės padėtį). Bet fizikoje mes dažniausiai kalbėsime apie svyruojamąjį periodą, arba visą svyravimo laiką, kuris yra laikas nuo pradžios svyravimo, išeinant iš ramybės padėties, iki sugrįžtant į tą ramybės padėtį taip, kad toliau svyravimas atsikartoja. Pav., švytuoklė iš ramybės padėties atsilenkia į dešinę pusę, grįžta į ramybės padėtį, atsilenkia į kairę pusę ir pagaliau grįžta vėl į ramybės padėtį. Nuo čia prasideda iš naujo svyruoti. Aišku, kad svyruojamasai periodas, arba visas svyruojamasai laikas, yra dusyk ilgesnis negu įprastas svyruojamasai laikas. Šitą visą svyruojamąjį laiką mes pažymėsime visuomet didele raide T, išreikšdami laiką sekundomis.

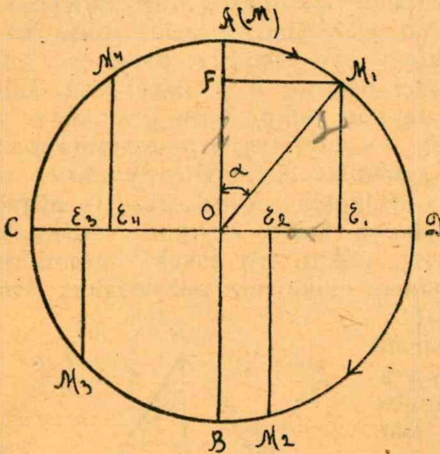
Nustatyti visam svyruojamam laikui, pasinaudosime vadinamąja kūgine švytuokle. Atkreipus švytuoklę, sakysime, į dešinę pusę ir suteikus jai impulsą statmenai amplitūdai į užpakalį arba į priešakį (žiūr. 43 pieš.) išilgai vektoriaus BN, masė švytuoklės m ims slinkti elipso arba rato apskritimu. Rato apskritimu slinks tada, kai suteiktas impulsas bus lygus tam impulsui, kuris buvo priežastimi svyravimo su amplitūda OB. Tada masė m slinks rato apskritumu, o švytuoklės ilgis aprašys kūgio paviršių. Savaime aišku, kad šitos kūginės švytuoklės svyruojamasai periodas T bus tas pats, kaip ir švytuoklės svyruojančios plokštyje BAC. Paimsime tą švytuoklės padėtį, kada masė m yra taške B. Ta masė yra įtakoje svarumo jėgos BP = p ir įcentrinės jėgos BE=f, kuri veikia išilgai spindulio ir yra atkreipta į centrą. Išskaidysime jėgą p į 2: išilgai spindulio ir išilgai švytuoklės ilgio AB. Masė m gali palikti ant rato periferijos tik tada, kada atstojamoji įcentrinės jėgos BE ir svarumo jėgos p eina išilgai švytuoklės ilgio AB arba išilgai EP || BP. Iš panašumo trikampių AOB ir EBP seka: $\frac{EB}{BP} = \frac{OB}{AO}$ arba $\frac{f}{p} = \frac{r}{AO}$, nes OB yra rato spindulys. AO = AB cos α, jeigu α pažymėsime kampą OAB. Atlenkus švytuoklę labai mažai nuo jos pusiausvyros padėties, kampas α bus mažas, ir todel cosα labai mažai skirsis nuo vieneto. Taigi tokiomis aplinkybėmis galima vietoj AO paimti švytuoklės ilgis AB = 1, nes tas ilgis mažai skirsis nuo AO. Taigi mes turėsime tokį santykį: $\frac{f}{p} = \frac{r}{l}$, arba $f = \frac{p \cdot r}{l}$, arba $f = \frac{m \cdot g \cdot r}{l}$. Iš kitos pusės $f = \frac{4\pi^2 m \cdot r}{T^2}$, taigi $\frac{4\pi^2 m \cdot r}{T_2} = \frac{m \cdot g \cdot r}{l}$. Iš čia išvedame, kad $T^2 = \frac{4\pi^2\, l}{g}$, arba $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Tai yra pamatinė matematinės švytuoklės formula, kuri sako, kad visas švytuoklės svyruojamasai laikas yra tiesiai proporcingas ketvirtainei šakniai iš švytuoklės ilgio ir atvirkščiai proporcingas ketvirtainei šakniai iš žemės greitėjimo. Į šitą formulą neįeina amplitūda, arba atsilenkiamas kampas, bet reikia atsiminti, kad ji išvesta mažoms amplitūdoms. Paskiau mes duosime formulą ir fizinei švytuoklei.



Pieš. 43

34 §. Paprasti harmoningi svyravimai, periodiniai judėjimai ir bangavimai.

Jeigu masė m slenka tolyginiu greitumu v rato apskritimu (žiūr 44 pieš.), tai tos masės taško projekcija ant gulsčio arba statinio skersmens atlieka paprastus harmoningus svyravimus. Iš piešinio aišku, kad, masei slenkant nuo A į D, iš taško A, įstatyto į skersmenį CD, statmens pagrindas slenka nuo O į D. Kada masė slenka toliau rato apskritimu nuo D į B, tada jos projekcija grįžta atgal iš D į O. Slenkant masei iš B į C, jos projekcija atlieka kelią iš O į C, ir pagaliau slenkant masei iš C į A, jos projekcija grįžta iš C į O. Masė apibėgo vieną sykį rato apskritimą, o jos projekcija padarė vieną visą svyravimą. Tas pats reikia pasakyti ir apie pagrindą statmens, kuris nuleistas iš slenkančios rato masės ant statinio skersmens AB. Atkreipsime akis į masę m; būdama padėtyje M_1, ji yra įtakoje įcentrinės jėgos išilgai spindulio M_1 O. Suskaldysime vektorių OM_1 į du vektoriu: $M_1 F$ ir $M_1 E_1$. Jeigu mes nustatysime savo akį išilgai linijos $M_1 E_1$, tai mes matysime projekciją svyruojant išilgai gulsčio skersmens CD. Žiūrėdami gi išilgai M_1F, mes matysime svyruojant projekciją ant statinio skersmens AB. Išeidami iš to, mes galime padaryti tokį tyrimą. Paimkime dvi švytuokli vienodo ilgumo ir paleiskime vieną svyruoti išilgai CD ir kitą tuo pačiu momentu paleiskime išilgai pusračio DAC. Tad kiekvieną judėjimo momentą abiejų švytuoklių taškai masės bus matyti ta pačia linija. Aišku taipogi, kad jėgos, kurių įtakoj yra taško - masės projekcija ant skersmens, yra visuomet proporcingos atokumui tos projekcijos nuo centro O ir visuomet atkreiptos į šitą centrą. Taigi projekcijos svyravimas ant skersmens yra paprastas harmoningas svyravimas ir niekuo nesiskiria nuo matematinės švytuoklės svyravimo. Svyruojamasai periodas bus toksai pat, kaip ir taško-masės judėjimo periodas rato apskritimu ir bus lygus tam rato apskritimui padalijus iš masės-taško greitumo v $\left(T = \frac{2\pi r}{v}\right)$. Toliau aišku, kad amplitūda to harmoningo svyravimo bus lygi spinduliui. Kiekvieną taško-masės padėtį ant rato apskritimo ir, vadinasi, kiekvieną jos projekcijos padėtį ant skersmens fizikoje mes vadiname svyravimo faze. Laikotarpis tarp dviejų vienodų fazių yra ne kas kitas, kaip visas svyruojamas laikas, o visi tokie judėjimai, kurie per tam tikrą laiką atkartoja visas fazes, vadinasi periodiniai judėjimai. Iš jų paprasčiausias yra harmoningas periodinis judėjimas.



Pieš. 44

Fazė visuomet apibrėžiama kampu, kurį sudaro spindulis vektorius (linija, jungianti rato centrą su mase-tašku ant periferijos, sakysime, OM_1) su pradžios spinduliu vektorium OA (jeigu nuo taško A prasideda judėjimas). Pažymėsime šitą kampą AOM_1 raide α ir matuosime jį radianais, vadinasi, už vienetą paimsime tokį kampą, kurio lankas yra lygus spinduliui, kaip tai daroma trigonometrijoj. Tad lankas AM_1 bus lygus αr, o visas rato apskritimas bus $2\pi r$. Tegu taškas - masė, pradėjęs judėti iš padėties A, pasieks padėtį M_1 per t sek. Aišku, kad $\frac{\alpha . r}{2\pi r} = \frac{t}{T}$.

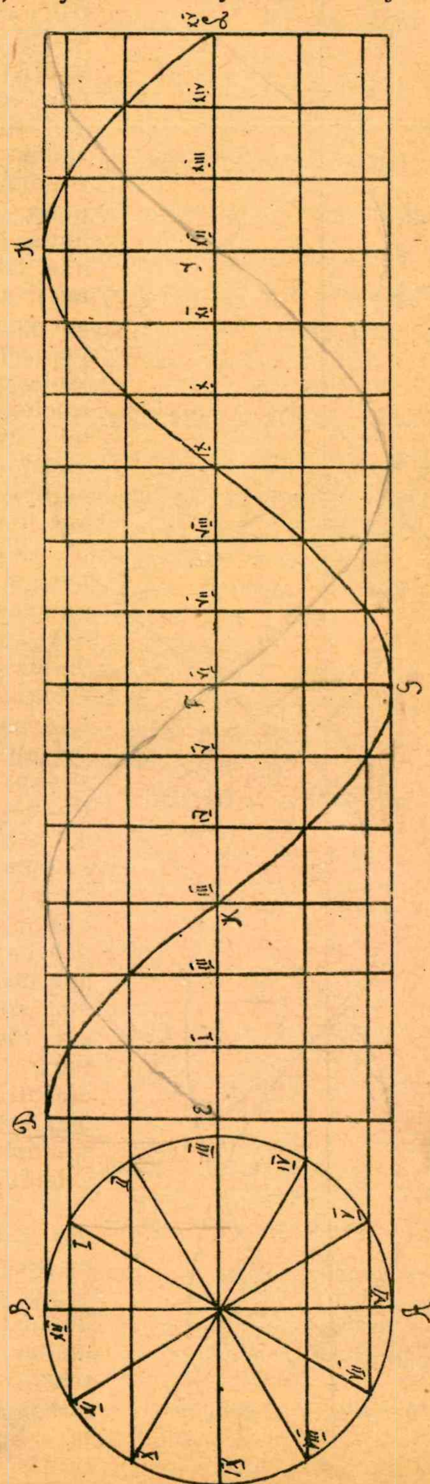
Iš čia mes rasime, kad $\alpha = \frac{2\pi . t}{T}$. Tai bus bendras reiškinys įvairioms fazėms taško - masės m, slenkančios rato apskritimu. Šitai taško - masės padėčiai atsako-

jos projekcijos padėtis E_1 ant gulsčio skersmens CD. Čia fazė bus apibrėžiama atokumu projekcijos nuo centro O, vadinasi, linija OE_1. Pažymėsime šitą atokumą raide a, tad aišku, kad $a = r. \sin \alpha$, arba $a = r. \sin 2\pi \frac{t}{T}$. Jeigu mes kalbėsime apie harmoningą svyravimą projekcijos išilgai statinio skersmens AB, tai tada taško - masės fazei M_1 turėsime jos projekcijos padėtį F, ir fazė bus apibrėžiama linija $OF = b = r . \cos\alpha = r. \cos 2\pi \frac{t}{T}$.

Taigi šitie projekcijos harmoningi svyravimai vadinasi sinus ar cosinus svyravimai. Duotas čia reiškinys įgalina mus nustatyti svyravimo fazę, arba padėtį, svyruojančio taško, praslinkus bet kokiam laikui t nuo pradžios svyravimo, jeigu tik mes žinome visą svyruojamąjį laiką T. Pav., tegu tas visas svyr. laikas bus viena sekunda, o nuo pradžios svyravimo praslinks 420 sek., tad $a = r. \sin 2\pi \frac{420}{T}$, vadinasi, čia bus sin kampo 420.2π, kuris yra lygus sinui $2\pi=0$. Taigi taškas bus pradžios judėjimo fazėje. Tegu nuo pradžios svyravimo praslinko $\frac{1}{8}$ sek., tad $a=r . \sin 2\pi. \frac{1}{8} = r. \sin \frac{\pi}{4}$, arba, kitaip kalbant, $= r \sin 45^0$.

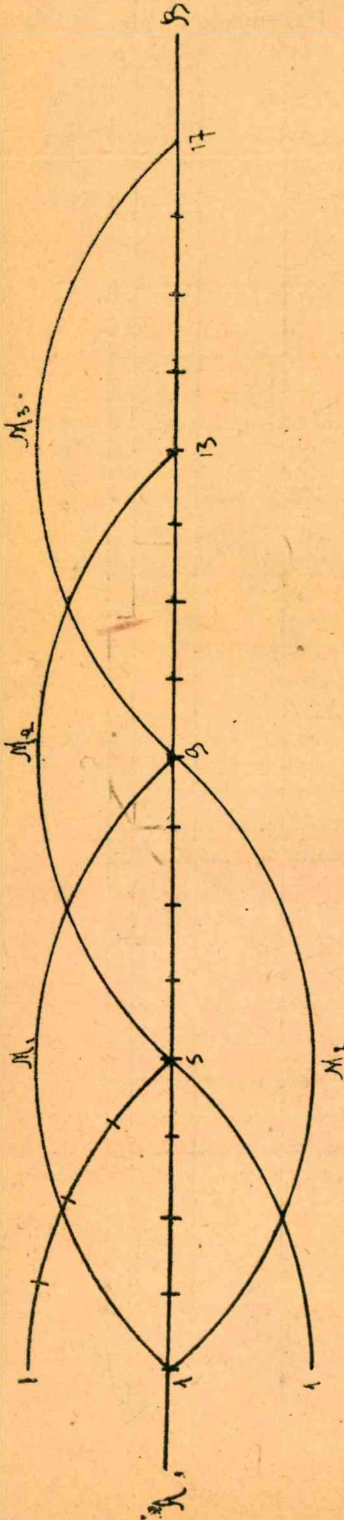
Kada $t = \frac{T}{4}$, tada $a = r. \sin \frac{2\pi}{4}$, arba $r. \sin \frac{\pi}{2}$, arba $r . \sin 90^0$, vadinasi, $a=r$. Tad masė-taškas bus padėty D ir projekcija bus toj pačioj padėty D ir tt.

Padalysime rato apskritimą į 12 lygių dalių ir pažymėsime tas dalis skaitmenimi XII, I ir t.t. iš eilės (45 pieš.). Nubrėškime dabar 2 liečiančias linijas prie galų statinio skersmens AB ir taip pat iš centro liniją, lygiagretę toms liečiančioms. Paimsime ant tos vidurinės linijos atkarpą EL, padalysime ją į 15 arba daugiau dalių ir pabrėšime per padalijimo taškus statines linijas tarp abiejų paralelinių liečiančių linijų. Tegu masė - taškas ima slinkti tolyginiu greitumu rato apskritimu iš taško XII. Pabrėšime iš čia liniją išilgai viršutinės liečiančios iki susikertant su pirmuoju statmeniu. Tuo būdu mes apibrėšime padėtį masės-taško projekcijos ant statinio skersmens judėjimo pradžioj. Tą patį padarysime, išeidami iš masės - taško padėties taške I, vadinasi, iš I pabrėšime gulsčią liniją, iki susikertant su statmeniu I.



Pieš. 45

Tuo būdu ant antro statinio skersmens apibrėšime padėtį masės-taško projekcijos, kokią ji turėtų ant statinio rato skersmens. Tą pat padarysime su padėtimis masės-taško taškuose II, III, IV, V . . . . . . pažymėdami jo projekcijos padėtį ant statmenų tarp dviejų liečiančių linijų. Mes tuo būdu turėsime visą eilę taškų, kurie savo atokumu nuo vidurinės gulsčios linijos atatiks visiškai atokumams nuo rato centro masės-taško projekcijos svyruojančios harmoningai ant statinio skersmens. Sujungę tuos visus taškus linija, mes gausime kreivą liniją, kuri šiame atsitikime vadinasi cos bangos linija. (Aišku, kad sin bangos linija bus tokia pat, tiktai ji atsakys harmoningiems projekcijos svyravimams ant gulsčio skersmens). Jeigu mes paleisime svyruoti paprastą fizinę švytuoklę su mažute leikele, pritaikinta prie švytuoklės galo ir pripilta smulkaus jūros smėlio, sakysime, iš kairės į dešinę pusę, ir statmenai tai linkmei, iš priešakio į užpakalį trauksime vienodu greitumu popieriaus lapą, tad birąs smėlys nupieš ant popieriaus lapo tokią sin arba cos bangos liniją.



Pieš. 46.

Grįždami prie 45-jo piešinio, mes matome, kad bangos linija turi savo maksimus ir minimus. Pirmieji vadinasi kupros, pastarieji slėniai. Maksimo arba minimo atokumas nuo neitralinės, arba pusiausvyros, linijos (ED, FG, HJ) vadinasi bangos amplitūda. Atokumas tarp dviejų bangos taškų, kurie randasi toje pačioje fazėje, pav., DH, KL ir t. t., vadinasi bangos ilgis. Iš piešinio aišku, kad taškui-masei apsisukus aplinkui rato apskritimu, arba to taško projekcijai padarius vieną visą harmoningą svyravimą ant statinio skersmens, projekcija to paties taško ant statinių linijų E, I, II ir t.t. nupieš, taip sakant, vieną bangą, kitaip sakant, visas harmoningo svyravimo laikas bus tas pats laikas, per kurį svyravimas išsiskleidžia per bangos ilgį, sudarydamas vieną bangą. Tie bangos taškai, kur bangos linija perkerta neitralinę liniją, pav., III, IX, XV ir t. t. vadinasi bangos mazgai. Plokštis, nubrėžta per tos pačios fazės gretimus taškus, vadinasi bangos frontas, o linija, einanti per tos pačios fazės taškus, pav., per maksimus arba minimus statmenai frontui, vadinasi bangos spindulys. Tas spindulys visuomet sutampa su bangos skleidimosi linkme.

Įsivaizduokime dabar sau eilę materialinių taškų ant gulsčios linijos (žiūr. 46 pieš.), kurie sujungti elastingais ryšiais arba veikiančiomis tarp jų jėgomis. Jeigu pirmajam iš tų materialinių taškų suteiksim impulsą, arba momentą, statinėje plokštyje augštyn, tai tas taškas ims harmoningai svyruoti panašiai į projekcijos svyravimą ant rato skersmens. Kadangi tas taškas elastingomis jėgomis surištas su tolesniu tašku, tai neilgai tetrukus ims svyruoti harmoningai ir antras taškas, kuris iš savo pusės išjudins trečiąjį tašką ir t. t. Pagaliau visi tos eilės taškai svyruos išilgai sta-

tinių linijų tuo pačiu taktu. Skirtumas bus tik tas, kad kiekvienas tolesnysis taškas bus truputį pasivėlavęs svyravimo fazėje iš atžvilgio į pirmesnįjį tašką. Sakysime, kad taško svyruojamasai periodas bus viena sekunda ir kad per tą laiką svyravimas nueina nuo pirmojo iki septynioliktojo taško, kad per $\frac{1}{4}$ sekundos svyravimas nueina nuo pirmojo iki penktojo, vadinasi, kada pirmasai taškas pasieks savo didžiausią atsilenkimą, penktasai taškas teberymos ant neitralinės linijos, ketvirtasai bus atsilenkęs nuo neitralinės linijos ant $\frac{1}{4}$ svyravimo amplitūdos, trečiasai taškas bus atsilenkęs ant pusės amplitūdos, antrasai taškas ant $\frac{3}{4}$ amplitūdos. Jungdami tuos taškus linijomis, mes gausime tiesią liniją 1 — 5, bet iš tikrųjų skirtumas tarp šitų taškų fazių nebus lygus $\frac{1}{4}$ ir nebus pastovus dydis, o mainus dydis. Taigi linija, jungianti tuos taškus, bus kreiva linija. Tuo būdu per pirmąjį ketvirtį periodo pirmieji penki taškai bus ant šios kreivos linijos, o visi kiti taškai bus dar ant neitralinės linijos. Samprotuodami tuo pat būdu, mes galime nupiešti kreivą liniją 1, M_1, 9, ant kurios bus pusė visų taškų per pusę svyravimo periodo, taip pat kreivą liniją 1 — 5 — M_2 — 13 $\frac{3}{4}$-čiams svyruojamojo periodo ir pagaliau kreivą liniją 1 — M_2 — 9 — M_8 — 17, ant kurios bus 17 materialinių taškų per vieną sekundą (žiūr. 46 pieš.). Tuo būdu mes gausime sin arba cos bangos liniją visai panašią į 45-jo piešinio liniją. Realinis judėjimas čia yra svyravimas materijalinių taškų, jų vibracija, arba osciliacija, ir to judėjimo suteikimas gretimiesiems taškams iš visų pusių. Tuo būdu susidaro bangavimas, arba bangos. Žiūrint į bangas atrodo, kad jos slenka prieš, bėga, bet iš tikrųjų kūno dalys tik svyruoja, ir tas jų svyravimas skleidžiasi į visas puses del veikiančių ryšių tarp atskirų kūno dalelių. Kiekvienas žino, kad mestas ant banguojančio vandens paviršiaus medis svyruoja, pasilikdamas ant tos pačios vietos ir neslenka tolyn, jeigu tiktai nėra vėjo arba kokios nors srovės, kuri varo vandens masę į vieną ar į kitą pusę.

Kai del greitumo, kuriuo materialinių dalelių svyravimas suteikiamas gretimėms dalelėms, arba kuriuo bangavimas skleidžiasi į visas puses, tai tas greitumas pareina nuo elastingumo ryšių tarp materialinių dalelių ir nuo tų dalelių masingumo arba inercijos. Jeigu kūnas būtų absolūčiai elastingas ir be jokios masės, tai pradėjus vienai dalelei svyruoti, tuo pačiu laiku imtų svyruoti ir visos kitos dalelės ir jokio pasivėlavimo fazėje tarp atskirų dalelių nebūtų. Bet tikrenybėje tokių absolūčiai elastingų ryšių tarp kūno dalelių nėra, ir visuomet tenka susidurti su šiokiu ar tokiu pasivėlavimu fazėj, bet tas pasivėlavimas bus juo mažesnis, juo elastingumo modulis (elastingų jėgų matas) bus didesnis. Antra vertus, juo mažesnis bus pasivėlavimas fazėje, juo greičiau pasivarys svyravimas tolyn, juo didesnis bus bangavimo skleidimosi greitumas. Bendrai tas greitumas yra proporcingas ketvirtainei šakniai iš elastingumo modulio. Savaime aišku, kad juo didesnė dalelių masė, juo didesnė jų inercija, juo sunkiau jos išjudinti iš ramybės stovio. Ir todel didėsnė masė, didesnis kūno tankumas yra priežastis didesnio pasivėlavimo fazėje. Taigi greitumas bangos skleidimosi bus atvirkščiai proporcingas ketvirtainei šakniai iš masingumo, arba tankumo. Pažymėsime bangos greitumą raide v, tada mes turime tokį bendrą reiškinį: $v = k \sqrt{\frac{E}{d}}$. Čia E reiškia elastingumo modulį, d kūno tankumą ir k proporcingumo veiksnį. Tai yra Newton'o nustatyta formula ir turinti bendros reikšmės visokiems bangavimams. Išreiškiant v, E ir d absolūtinės (cm., gr, sc) sistemos vienetais, k paprastai lygus 1.

Anksčiau mes jau matėm, kad visas materialinės dalelės svyruojamasai laikas atatinka tam laikui, per kurį susidaro viena banga, kitaip kalbant, per kurį svyravimas nusivaro tolyn per vienos bangos ilgį. Pažymėsime viso svyravimo laiką raide T, bangos ilgį raide L ir bangos greitumą raide v, tad aišku, kad $v \cdot T = L$.

Fizikoje dažnai kalbama apie svyravimo dažnumą, arba svyravimų skaičių. Tai yra skaičius svyravimų per vieną sekundą. Pažymėsime šitą skaičių raide n, tad aišku, kad $n = \frac{1}{T}$, ir bangos ilgis bus $L = \frac{v}{n}$, arba $n \,.\, L = v$. Taigi, ant ilgio, kuris atsako bangos greitumui, pereis tiek bangų, kiek mes turime svyravimų per vieną sekundą.

Pažymėsime čia dar, kad yra dvi rūšys bangų: išilginės (longitūdinės) ir skersos bangos (transversalinės). Mes kalbame apie išilginę bangą tada, kada dalelių svyruojamoji linija sutampa su bangos linija arba su ta linkme, kuria banga skleidžiasi. Šitos rūšies bangos susidaro dujose, kurių tūris palyginti lengvai keičiasi, arba kurie lengvai pasiduoda tūrio deformacijoms. Skersą, arba transversalinę. bangą mes turėsime tada, kada dalelių svyr. linija yra statmena bangos linijai. Tokios bangos susidaro kūnuose, kurių tūris visiškai nekitėja arba mažai tekitėja, veikiant išorinėms jėgoms, ir kurie pasižymi vadinamuoju formos elastingumu, kaip antai, kietieji kūnai. Kadangi absoliučiai kietų kūnų nėra, tai tikrenybėje kietam kūne gali susidaryti abiejų rūšių bangos. Kai del skystų kūnų, tai juose bangos visuomet yra sudėtinos. Jos susideda iš išilginės ir skersos bangos, skysčio dalelėms svyruojant tuo pačiu laiku išilgai ir skersai bangos linijos, kitaip sakant, sukantis ratais arba elipsėmis.

Tikrenybėje kiekvienas kūnas susideda iš dalelių, kurios turi užskėtusios tam tikrą erdvės dalį, taigi tikrenybėje visuomet susidaro ne bangos linija, kuri atatinka tik eilei dalelių, bet bangos kūnas. Paprasčiausiais atsitikimais tas bangos kūnas turi sinusoido sukimosi formą, jeigu visos dalelės svyruoja harmoningai.

35 §. Darbas ir energija.

Savo raumenų jėgomis mes galime pakeisti kūno padėtį ir išjudinti kūną. Visais tokiais atvejais mes atliekame tam tikrą darbą. Iš analogijos mes sakome, kad fizinė jėga atlieka darbą, jeigu suteiktas jos kuriam nors kūnui momentas tą kūną sujudina. Taigi fizikoje tik judanti jėga, jėga žengianti prieš, atlieka darbą. Statinė jėga, kaip, sakysime, spaudžianti į absoliūčiai kietą kūną irgi suteikia tam kūnui tam tikrą momentą, bet nepajudina jo. Todel tokia jėga neatlieka jokio darbo. Ne tik fizikos srity, bet ir įvairiose gyvenimo srityse, neišėmus ir dvasios srities, jeigu nėra žengimo prieš, tai nėra jokio darbo, jokio efekto, nors ir būtų didelis jėgų įtempimas. Pav., mintis, kuri pasilieka ant vietos, kuri nežengia į priekį, kuri negali būti išreikšta nei žodžiu, nei raštu, nei kuriuo kitu būdu, neturi jokios reikšmės.

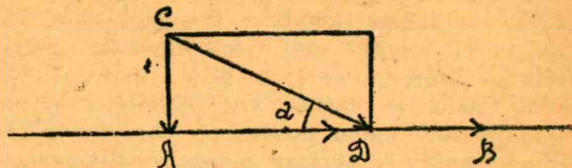
Fizika matuoja jėgos darbą sandauga jėgos iš kelio, per kurį tos jėgos pridedamasai taškas arba kūnas, kurį ta jėga veikia, pasistumia prieš (pirmyn) išilgai jėgos veikimo linijos. Pažymėsime jėgą, išreikštą dinomis, raide f ir kelią, skaitydami jį visuomet jėgos veikiamąja linkme, raide s (centimetrai), tad darbas matuojamas reiškiniu $f \,.\, s$. Darbo vienetas bus tada, kada jėgos vienetas (viena dina) pasistums į priekį per vieną centimetrą (arba pastums vieno gramo masę per vieną centimetrą). Šitas darbo vienetas fizikoje vadinasi ergas.

Praktikoje dažnai vartojamas kaipo darbo vienetas vienas kilogrametris (kilogramometras). Tai yra darbas, kurs reikia atlikti keliant augštyn per vieną metrą vieno kilogramo masę. Vienas kilogramas yra lygus 1000 gramų, vieno gramo svoris yra lygus 981 dinai, taigi vienas kilogramas reiškia 981000 dinų. Vienas metras yra lygus 100 centimetrų, taigi vienas kilogrametris yra lygus $981 \,.\, 10^5$ ergų.

Bet būna atsitikimų, kada kūno judėjimo linkmė neatatinka veikiančios tą kūną jėgos linkmei. Tegu kūnas m slenka gulsčia linija AB (žiūr. 47 pieš.), o jėga veikia tą kūną išilgai linijos CD, kuri sudaro kampą α su linija AB. Norint šiuo atveju apskaityti jėgos darbą, reikia jėga $CD = f$ išskaidyti einant paralelogramo dėsniu į 2 komponentas: išilgai AB ir statmenai AB (AD ir CA). Duotąja definicija visas atliktas darbas bus čionai lygus $AD \,.\, s$ (s kūno nueitas kelias). AD yra lygus $f \,.\, \cos\alpha$, taigi darbas bus $f \,.\, \cos\alpha \,.\, s$. Jeigu kampas yra lygus 90^0, tai $\cos 90^0$ yra 0 ir ta komponenta AD tada irgi bus lygi 0, ir darbas bus lygus 0, vadinasi, jeigu jėga veikia statinai judėjimo linkmei, tai tos jėgos atliktas darbas bus

lygus 0. Taigi darbas komponentos CA, kaipo veikiančios statmenai judėjimo linkmei, bus irgi lygus 0.

Riedančio ant stalo rutulio svorio darbas bus lygus nuliui, nes rutulio jėga-svoris sudarys tiesų kampą su jo judėjimo linkme. Maksimą darbo jėga atlieka tik tada, kada jos ir judėjimo linkmės sutampa.



Pieš. 47

Gyvenime mes vartojame žodžius energingas ir energija, vadindami energingu žmogumi tokį, kuris gali atlikti daug darbo. Šitą mūsų gyvenime įprastą terminą mes vartojame ir mechanikos srity ir kalbame ten apie fizinių kūnų energiją, turėdami omenyje tų kūnų sugebėjimą atlikti darbą, ir matuodami jų energiją atliktu darbu taip, kad darbo ir energijos vienetas yra tas pats, būtent, ergas, arba technikoje kilogrametris.

Kiekviena judanti masė, susidūrusi su pasipriešinimu, arba kliūtimi, gali atlikti darbą, pav., granata pralaužia sieną. Todel mes sakome, kad kiekviena judanti masė turi tam tikrą energijos išteklių, ir vadiname tą energiją judėjimo, arba kinetine, energija. Gyvulys arba mašina, atlikdami darbą, sukuria judėjimą, vadinasi, į kinetinę energiją reikia žiūrėti kaipo į darbo vaisių. Atbulai, kinetinė energija, kaip jau anksčiau pasakyta, tam tikromis aplinkybėmis gali virsti darbu taip, kad darbas ir kinetinė energija surišti ekvivalentingumo santykiais. Tegu jėga F dinų veikia per t sek. laiko ir suteikia masei m greitumą v. Tada mes turime $F \,.\, t = m \,.\, v$ (jėgos impulsas lygus judėjimo momentui). Iš čia $F = \frac{m \,.\, v}{t}$. Darbas yra lygus sandaugai jėgos F iš nueito kelio jėgos veikimo linkme, vadinasi, $F \,.\, s$. Judėjimo pradžioj masės greitumas 0,o pirmos sekundos gale v. Paėmę vidutinį greitumą $\frac{v}{2}$, mes turėsime $s = \frac{v}{2} t$ (kelias nueitas per t sek.). Taigi darbas $F \,.\, s = \frac{m \,.\, v}{t} \cdot \frac{v \,.\, t}{2} = \frac{m \,.\, v^2}{2}$. Šita lygtis išreiškia santykius tarp darbo ir kinetinės energijos ir sako, kad kinetinė masės energija išreiškiama puse sandaugos masės iš greitumo ketvirtainio. Šitas dydis buvo dar anksčiau filosofo Leibnico nustatytas ir pavadintas gyvoji jėga. Bet nuo Youngo laikų, kada įsivyravo fizikoje terminas energija, dydis $\frac{m \,.\, v^2}{2}$ vadinamas kinetine energija. Šitas reiškinys rodo, kad kinetinės energijos (ir darbo) didumas yra $E = M \,.\, L^2 \,.\, T^{-2}$. $(E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mL^2}{2T^2} = mL^2T^{-2})$.

Pabrėžti skirtumui tarp judėjimo momento ir kinetinės energijos, atsiminkime atatrankos ir susidūrimo reiškinius. Kada patranka išmeta granatą, tai trečiuoju Newton'o dėsniu judėjimo momentai granatos ir patrankos yra lygūs ir vienas prieš kitą atkreipti. Bet patrankos masė yra daug didesnė negu granatos masė. Todel patrankos greitumas atatrenkiant yra daug mažesnis negu granatos greitumas (patrankos ir granatos greitumai yra atvirkščiai proporcingi jų masėms). Todel ir kinetinės energijos patrankos ir granatos bus atvirkščiai proporcingos jų masėms, vadinasi, kinetinė energija patrankos bus žymiai mažesnė negu granatos ir palyginti lengvai gali būt tarnuotojaus sueikvodinta.

Susidaužus dviem judančiom masėm mes turime atkalų reiškinį, būtent, susidaužus masėm jų bendras judėjimo momentas nesimaino. Tegu šovinys, kurio masė yra vienas kg. ir greitumas v, susiduoda į taikinį, kurio masė yra 99 kg. Tad greitumas abiejų kūnų, šovinio ir taikinio, jiems susidaužus, bus 100 sykių mažesnis, vadinasi, kinetinė energija abiejų kūnų bus 10.000 sykių mežesnė negu šovinio kinetinė energija. Kur dingsta likusi šovinio kinetinės energijos dalis? Ji apsireiškia mechaniniu efektu (deformacija, plyšimas ir t. t.) taikinio ir šovinio; jų temperatūros pakilime ir t. t., bendrai jų fizinio stovio atmaina.

Nuo kalno numestas akmuo krinta žemyn, įgyja greitumo, vadinasi, įgyja kinetinės energijos. Toksai akmuo, pasiekęs žemę, atliks tam tikrą darbą, pav., išmuš

duobę ant žemės arba įvarys į žemę kuolą. Todel mes sakome. kad akmuo ant augšto būdamas ramybėje turi tam tikrą energijos išteklių, nes tam tikromis sąlygomis ta jo energija gali virsti kinetine energija ir atlikti darbą. Tokiais atvejais mes kalbame apie potencinę, arba padėties, kūno energiją. Šita energija pareina nuo kūnų padėties vienas kito atžvilgiu ir nuo veikiančių tarp jų jėgų. Taip antai, akmens ant kalno potencinė energija pareina nuo traukos jėgos, veikiančios tarp žemės masės ir akmens masės, o šita jėga, kaip mes žinome, pareina nuo atokumo akmens nuo žemės centro, vadinasi, nuo abipusės padėties žemės ir akmens. Todel visi kūnai, kurie yra augščiau žemės centro, turi potencinės energijos, kuri gali apsireikšti kaipo kinetine energija, jeigu bus sudarytas galimumas tiems kūnams judėti sekant traukos jėgą. Taip pat suspaustas elastingas spyruoklis turi potencinę energiją, kuri pareina nuo abipusės padėties spyruoklio dalių ir nuo veikiančių tarp jų jėgų. Atleistas spyruoklis ima judėti, potencinė energija keičiasi kinetine energija, kuri iš savo pusės gali įjudinti kitą kūną, pav., laikrodžio svyruojantį ratiuką, vadinasi, gali atlikti darbą. Fizika šiandien žino keletą įvairių energijos formų, bet visos tos formos gali būt suvestos į 2 pamatines, būtent, kinetinės ir potencinės energijos formas.

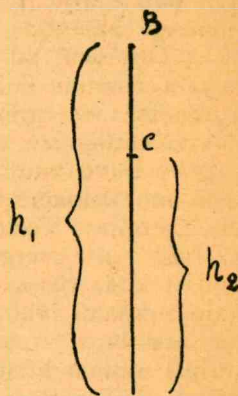
Mokslininkai, tyrinėdami įvairius mechanikos reiškinius, jau senai nustatė mechanikoje dėsnį, kuris sako, kad suma potencinės ir kinetinės energijos mechanikos reiškiniuose yra pastovus dydis.

Įsivaizduokime sau absoliūčiai elastingą rutulį, kuris yra h augščio nuo žemės paviršiaus. Vadinasi, jo potencinė energija yra lygi m . g . h, jeigu jo masė yra m (bendrai svarumo potencinė energija visuomet išreiškiama kaipo sandauga iš svorio ir augščio; skaitydami augštį nuo žemės paviršiaus mes, taip sakant, sauvališkai imame žemės paviršių kaipo augštį 0.) Jeigu šitą rutulį paleisim nuo augšto, tai, pasiekęs žemę, jis įgys greitumą v ir jo kinetinė energija bus $\frac{mv^2}{2}$. Bet kadangi $v = \sqrt{2gh}$, tai mes turėsime $\frac{m.2gh}{2} = mgh$. Vadinasi, kinetinė energija, pasiekus masei žemę, bus lygi buvusiai potencinei energijai, taigi energijos kiekis bus tas pats, tiktai josios lytis bus kitokia. Jeigu ne tik rutulys elastingas, bet ir žemės paviršius toj vietoj elastingas, tai, nukritus tam rutuliui ir susidūrus su žeme, jo kinetinė energija deformuos jį patį ir žemę toj vietoj (vienas ir antras susiplos), kitaip sakant, kinetinė abiejų kūnų energija pasikeis potencine elastingumo energija. Grįžtant kūnams į savo pirmykščią lytį, ta potencinė energija vėl pasikeis kinetine energija, nes rutulys, kaip mes jau žinome, susidūręs su nejudančia didele elastinga mase, atšoks atgal tokiu pat greitumu, kokį jis turėjo pasiekdamas žemę, tik dabar tas greitumas bus atkreiptas augštyn. Turėdamas tą patį greitumą, atkreiptą augštyn, kaip mes jau žinome, rutulys pasieks tą patį augštį h, nuo kurio jis nukrito. Pasiekus tą augštį, jo greitumas pasidarys lygus 0, ir visa jo kinetinė energija pavirs vėl potencine energija lygia mgh.

Taigi elastingas sviedinys, paimtas ir paleistas iš tam tikro augšto ant elastingų grindų, susidavęs į grindis atšoks, pasieks tą patį augštą, vėl nukris ir susiduos, vėl atšoks ir t.t., žodžiu sakant, tokiomis aplinkybėmis sviedinys šokinėtų amžinai, ir čia mes tik turėtume periodinį pasikeitimą potencinės energijos kinetine ir atbulai.

Bet kokioj sviedinio padėty grindų atžvilgiu algebrinė suma potencinės ir kinėtinės energijos yra lygi pirmykščiam potencinės kiekiui, vadinasi, ta suma pasilieka pastovus dydis. Tegu sviedinys, kurio masė m, yra h_1 augščio (48 pieš.) nuo grindų (taške B). Tad jo potencinė energija yra mgh_1. Klausiama, kuri yra jo potencinė ir kinetinė energija, kada jis, slinkdamas žemyn, pasieks tašką C, kuris yra h_2 augščio nuo grindų. Šitoj padėty potencinė energija bus mgh_2, o kinetinė energija $\frac{m \cdot v^2}{2}$. Bet sviediniui krintant nuo B iki C, jo greitumas v bus $\sqrt{2g(h_1 - h_2)}$, vadinasi, visa jo energija taške C bus $mgh_2 + \frac{m\, 2g\,(h_1 - h_2)}{2}$, kas duoda mgh_1.

Švytuoklė, atlenkta nuo savo normalinės padėties, turi tam tikrą potencinės energijos perteklių, kuris yra lygus mg . AD (42 pieš.), jeigu švytuoklės masė m ir tos masės centro pakilimas, atlenkiant ją nuo normalinės padėties, AD. Dėliai šitos priežasties paleista švytuoklė ima slinkti atgal ir įgys, pasiekusi tašką A, kinetinę energiją. Todel švytuoklė nepasiliks padėty A ir atsilenks į kitą pusę, taip kad švytuoklės masės centras vėl pakils augštyn antAD. Jeigu eliminuotas (išpūstas) oras ir pakabinimo taške nesitrina, tai tokia švytuoklė, vienąsyk atlenkta, svyruos amžinai, ir čia mes irgi turėsime tik periodinį pasikeitimą potencinės energijos kinetine energija ir atbulai. Kiekvienoj švytuoklės padėty algebrinė suma potencinės ir kinetinės energijos bus pastovus dydis ir lygus mg . AD.



Pieš. 48

Išeinant iš šito paprasto mechaninio reiškinio nustatytas energijos pastovumo dėsnis gali būti pritaikintas ir prie visos saulės sistemos. Žemė sukasi apie saulę tam tikro greitumo, tarpais smarkiau, tarpais lėčiau. Būdama arčiau saulės, žemė sukasi greičiau, taigi ir kinetinė energija didesnė. Užtat potencinė energija mažesnė. Kada žemė tolinasi nuo saulės, jos kinetinė energija mažėja; užtat auga potencinė energija, taip kad visą laiką algebrinė suma potencinės ir kinetinės energijos žemės bei saulės sistemos yra tas pats dydis, jeigu tik nėra kokių nors priežasčių, kurios eikvodina kinetinę energiją. Pav., jeigu žemė juda apie saulę nesitrindama. Šitas dėsnis galima apibendrinti ir visai saulės sistemai ir pasakyti, kad suma kinetinės ir potencinės energijos visų saulės sistemos kūnų yra pastovus dydis. Galima eiti ir toliau ir pritaikinti šitas dėsnis prie visų pasaulio kūnų, kurie yra prieinami mūsų jutimų organams betarpiškai arba su optikos instrumentais. Reikia tik atsiminti, kad mes toli gražu ne visuomet galime išmatuoti arba apskaityti visą kūnų energiją. Pav., kinetinė energija žemės susideda ne tik iš $\frac{m \cdot v^2}{2}$, kur m yra žemės masė, o v jos apie saulę judėjimo greitumas, bet prie to dar reikia pridėti jos sukimosi apie savo ašį kinetinė energija ir pagaliau kinetinė energija visų jos molekulų. Taigi mes dažniausiai operuojame tik su maža dalimi kūnų kinetinės energijos, bet visos energijos pastovumo dėsnis negali būti kvestionuojamas del tos priežasties, kad ta ar kita energijos dalis neapskaitoma arba negali būti išmatuota.

Bet sekdami realinius reiškinius, mes visuomet gauname įspūdį, kad, tarytum, kinetinė energija mažėja, nyksta. Realinėmis aplinkybėmis paleistas iš rankos sviedinys, susidavęs į grindis, atšoka, bet nebepasiekia to augščio, nuo kurio jis nudribo. Antrą kartą susidavęs į grindis pasiekia dar mažesnį augštį ir t.t., kol sustoja visiškai. Tas pats su švytuoklės svyravimu realinėmis aplinkybėmis. Atlenkta ir paleista švytuoklė svyruoja nuolat mažėjančia amplitūda ir pagaliau visiškai sustoja. Šitie realiniai reiškiniai priešinasi, tarytum, energijos pastovumo dėsniui, nes mes čia turime kinetinės energijos nykimą. Bet šiandien mes gerai žinome, kad visais tais atvejais veikia trynimosi jėgos. Sviedinys slenka oru, švytuoklė svyruoja ore. Tas trynimosi momentas eikvodina kinetinę energiją ir keičia ją šilima. Tas pats atsitinka, kada susiduria 2 ne visai elastingi kūnai. Tik dalis kinetinės energijos virsta čia elastingumo potencine energija, o kita dalis virsta šilima. Ne tik mums, bet ir laukiniams žmonėms gerai yra žinomas faktas, kad, trinant du kūnu į vienas antrą, galima padaryti šilimos, lygiai kaip ir tasai faktas, kad visuomet atsiranda šilimos, susidūrus dviem kūnam. Taigi paleistas iš rankos sviedinys turi sustoti, nes kiekvieną kartą susidūrus jam su grindimis jo kinėtinės energijos dalis išnyksta, ir atsiranda tam tikras kiekis šilimos. Taigi fizikai jau senai buvo tos nuomonės, kad tarp kinetinės energijos ir šilimos yra ekvivalentingumas, kad šilima yra ne kas kita, kaip ypatinga kinetinės energijos rūšis. Šitas spėjimas virto neabejotinu faktu, kada 1842—1844 metais vokietis Robert'as Mayer'is ir anglas James'as Joule'is ištyrė santykius tarp kinetinės energijos ir šilimos, nustatė vadinamąjį šilimos mechaninį ekvi-

valentą, kitaip kalbant, tą darbo kiekį, kuris gali sukurti vieną šilimos vienetą. Abiejų tų žmonių pastangomis buvo prieita prie to, kad 427 kilogrametrai darbo gali sukurti vieną didžiąją kaloriją šilimos, ir kad tam tikromis aplinkybėmis šilima gali būti darbo ir kinetinės energijos šaltiniu. Tuo būdu nuomonė, kad šilima yra ypatinga energijos lytis, tapo neabejotinas faktas.

Turėdami tai galvoje, mes tvirtiname, kad visais tais atvejais, kada, tarytum, nyksta kinetinė energija, jos vietoj atsiranda šilimos energijos, ir tada kinetinės bei potencinės energijų pastovumo dėsnis išplečiamas ir ant šilimos energijos. Vėliau ekvivalentingumo santykiai buvo nustatyti tarp šilimos ir tų gamtos jėgų, kurios praeity buvo vadinamos magnetinėmis, elektros, šviesos, chemijos jėgomis. Šiandien mes nebekalbame apie jėgas, bet kalbame apie magnetinę, elektros, chemijos ir kitas energijas. Visuose mechanikos, fizikos ir chemijos reiškiniuose mes turime dalyką tik su energijos kitimu (transformacija), su perėjimu vienų rūšių energijų į kitas rūšis, algebrinei sumai visų energijų pasiliekant be atmainos, lygiai kaip sekdami įvairius chemijos vyksmus mes žinome, kad materijos kiekis pasilieka be atmainos, ir materija tiek tepakeičia savo pavidalą (lytį), kad vienos rūšies materijos atomai kūnuose pasikeičia atomais kitos rūšies. Taigi dar 18 amžiaus pabaigoj garsus Prancūzų chemikas Lavoisier paskelbė dėsnį apie tai, kad gamtos vyksmuose materija negali būt nei sukurta, nei panaikinta, ir kad prieinamo mums pasaulio materijos kiekis yra pastovus dydis. 1842—1844 metais buvo konstatuotas panašus dėsnis energijai: prieinama mums pasaulio energija negali būti nei panaikinta, nei sukurta gamtos vyksmuose. Pasaulio energijos kiekis yra pastovus dydis. Šitas dėsnis vadinasi energijos sulaikymo dėsnis, ir kartu su materijos sulaikymo dėsniu sudaro pagrindą visų gamtos tyrinėjimų ir gamtos vyksmų interpretacijos. Galima pasakyti, kad svarbiausias fizikos uždavinys yra sekti energijos kitimus įvairiuose gamtos reiškiniuose, lygiai kaip kad svarbiausias chemijos uždavinys yra sekti medžiagos kitimus.

Bet suprasti gamtos reiškiniams nepakanka žinoti, kad energijos kiekis nesimaino ir kad tarp įvairių energijos lyčių reiškiasi ekvivalentingumas. Iš to, kad tam tikras darbas gali virsti šilima ir atbulai, dar neišeina, kuriomis sąlygomis arba kuriomis aplinkybėmis darbas virsta šilima ir atbulai, ir kuriais kiekybiniais santykiais. Šiandien mes žinome, kad darbas visuomet gali būti pakeistas ekvivalentiniu šilimos kiekiu. Iš 427 kgm. darbo, pav., per trynimą visuomet gaunama viena didžioji kalorija. Bet praktikoje mes nežinome tokio prietaiso, tokios mašinos, kurios pagalba galėtume iš vienos didžiosios kalorijos šilimos gauti 427 kgm. darbo. Pav., mūsų garinės mašinos palyginti nedidelę dalelę šilimos tepaverčia darbu. Taigi čia iškįla aikštėn įdomus faktas, kad vienos energijos rūšys visai pereina į kitas, bet yra ir tokios energijos rūšys, kaip, pav., šilima, kurios tiktai dalis pereina į kitą energijos rūšį, kita gi dalis pasilieka kaipo šilima. Norint orientuotis šituose dalykuose, reikia formuluoti sąlygos, kuriomis energija įgyja kitą pavidalą. Pirmų pirmiausia, kalbėdami apie energijos kiekį, mes turime konstantuoti, kad tas kiekis visiems žinomiems mums energijos pavidalams pareina nuo dviejų veiksnių: nuo energijos talpumo ir nuo energijos tampumo (įtempimo), kurį pavadinsime energijos potencialu. Kalbant apie mechaninę vandens energiją, savaime suprantama, kad to vandens energijos kiekis yra proporcingas vandens masei ir vandens augščiui, nuo kurio ta vandens masė puola, nes potencinė vandens energija, sakysime, vandens krioklio, gali būti išreikšta reiškiniu m . g . h., jeigu mes vandens masę pažymėsime raide m ir augštį tos masės, sauvališkai skaitydami jūros lygumos augštį nuliu, pažymėsime raide h metrų. Taigi čia m bus talpumo veiksnys, o h bus energijos lygumos, arba įtempimo, veiksnys, arba potencialas. Nukritus vienam kilogramui vandens nuo h metrų augščio, mes gausime h kilogrametrių darbo. Taigi potencialu mes galime pavadinti tą darbą, kuris bus atliktas, nuslinkus energijos talpumo vienetui nuo augštesnės ant žemesnės lygumos. Kalbėdami apie vandens energiją, mes žinome, kad vandens masė savaime visuomet slenka nuo augštesnės ant žemesnės lygumos, ir tiktai tokiomis aplinkybėmis potencinė vandens energija virsta darbu. Priešingai, norint pakelti vandens masę nuo žemesnės ant augštesnės lygu-

mos arba pakelti potencinę vandens energiją nuo žemesnio ant augštesnio potencialo, reikia atlikti tam tikras darbas. Taigi tas, kas čia pasakyta del vandens energigijos, turi galios visoms kitoms energijos rūšims. Dujų energija, nesimainant temperatūrai, gali būti išreikšta kaipo tūrio ir spaudimo sandauga (tūris tai bus talpumo veiksnys, o spaudimas atsakys potencialui). Sujungus du nevienodo spaudimo dujų tūriu, dujų dalelės slinks nuo didesnio į mažesnį spaudimą, ir taip slinks, pakol spaudimai dviejų dujų tūrių išsilygins. Taip slinkdamos, dujų dalelės atlieka darbą. Priešingai, norint pakelti dujų spaudimą, norint pavaryti dujų daleles nuo mažesnio į didesnį spaudimą, reikia sueikvoti tam tikro darbo. Kalbėdami apie šilimą kaip apie energijos pavidalą, mes galime išreikšti šilimos energijos kiekį sandauga iš šilimos talpumo ir temperatūros, prilygindami temperatūrą šilimos energijos potencialui. Šilima irgi visuomet savaime slenka, viena prasme, nuo augštesnės į žemesnę temperatūrą. Pakelti šilimai ant augštesnės temperatūros reikia tam tikro darbo. Slinkdama savaime nuo augštesnės į žemesnę temperatūrą, šilima dirba darbą. Garinė mašina yra ne kas kita kaip prietaisas, kuriame šilima slenka nuo augštesnės temperatūros garo katilo į žemesnės temperatūros garo kondensatorių, arba vėsintoją, atlikdama tam tikrą darbą. Aplamai mes sakome, kad visos energijos rūšys gali persipavidalinti (pasikeisti) tik tada, kada yra potencialų skirtumas, kad savaime energija persipavidalina visuomet viena prasme, nuo augštesnio į žemesnį potencialą, ir kad tik tokiomis aplinkybėmis energijos judėjimas gali duoti mums darbo. Grįžtant prie potencinės energijos vandens, jo masei m nuslinkus nuo h metrų augščio iki h_0 metrų augščio, atliktas darbas bus $m . g . h - m . g . h_0 = m . g . (h - h_0)$. Savaime aišku, kad šitas darbas bus lygus įgytai vandens kinetinei energijai $\frac{mv^2}{2}$, jeigu mes pažymėsime įgytą vandens greitumą raide v. Čia tiktai dalis potencinės vandens energijos $m . g . h$ virs naudingu mums darbu, būtent, šioji dalis: $\frac{m . g (h-h_0)}{m . g . h} = \frac{h-h_0}{h}$. Šitą santykį mes galime pavadinti energijos persipavidalinimo naudingumo koeficientu, turėdami omeny naudingą darbą (pav., turbinos sukimą), kurio duoda šitas persipavidalimas. Aišku, kad šitas naudingumo koeficientas bus juo didesnis, juo didesnis bus potencialų skirtumas, bet tikrenybėje mes niekuomet nepasiekiame šito augščiausiojo naudingumo laipsnio, nes dalis vandens energijos, slinkdama nuo augštesnės į žemesnę lygumą, del trynimosi į tekamąjį dugną ir šonus ir tarp atskirų vandens dalelių virsta šilima. Bendrai, slenkant energijai nuo augštesnio į žemesnį potencialą, energijos naudingumas darbo atžvilgiu mažėja, nes, įvykiui pasibaigus, mes turime jau energiją žemesnio potencialo. Be to, kiekvienas toks energijos puolimas yra surištas dažniausiai su šilimos atsiradimu ir kitų energijos rūšių, bet jau žemesnio potencialo. Gamtos vyksmai duoda pagrindo konstatuoti tokį faktą: visi gamtos vyksmai vyksta ta prasme, kad išlygintų energijų potencialų skirtumus, ir yra surišti su augimu pasaulyje šilimos energijos, tiktai žemos temperatūros. Bendrai, gamtos vyksmai siekia prie energijos vertės mažėjimo darbo atžvilgiu, ir šitas faktas žinomas fizikoje kaipo energijos vertės mažėjimo dėsnis, arba antrasai energijos dėsnis Šitas dėsnis galima interpretuoti ir kitaip: savaime einantieji gamtos vyksmai veda prie pakeitimo augšto potencialo ir prieinamų mums energijos rūšių energijomis žemo potencialo ir vis mažiau ir mažiau prieinamomis, ir pagalios prie pasaulio fizinio sustingimo arba fizinės mirties, kada visi potencialų skirtumai bus išlyginti. Taigi šitas dėsnis, einant Anglų pav., vadinamas fizikoje dar energijos degeneracijos, arba energijos išsisklaidymo dėsniu.

Energijos išlaikymo ir energijos vertės mažėjimo dėsnis duoda galimumo kiekybiškai sekti visus fizikos ir chemijos vyksmus, kam yra atsidėjusi ypatingai termodinamika, kuri išaugo iš mechanikos. Šiandien daroma pastangų vadovautis tais dėsniais, sekant ir gyvosios gamtos vyksmus, bet pripažindami tuos dėsnius pagrindais gamtos tyrinėjimų, mes turime visuomet atsiminti, kad jie turi neabejotinos galios tikrenybėje tiktai to fizinio pasaulio ribose, kuris yra prieinamas mūsų protui. Bet ar abudu dėsniai, ir ypatingai antrasai, turi absolūtinės galios, sakysime, daug

platesnėse mūsų vaizduotės pasaulio ribose, mes nieko negalime pasakyti, nes mes neturime jokios teisės spręsti apie tų dėsnių galią ten, kur jų išvados negali būti patikrintos tyrimu. Žodžiu sakant, mes neturime jokios teisės tvirtinti, kad nėra arba negali būti tokių vyksmų pasaulyje, kurie varo antrojo dėsnio veikimą atgal, būtent, kelia augštyn nukritusius energijos potencialus ir tuo būdu pašalina iš plataus pasaulio fizinės mirties būtinybę.

III. Statika.

Pirmuoju Newton'o dėsniu, fizinis kūnas, kurio neveikia jokios jėgos, yra parimęs arba slenka tiesia linija vienodo greitumo. Kiekvienas fizinis kūnas ant žemės yra įtakoje bent vienos jėgos, būtent, žemės traukos, lygiai kaip ir kiekvienas slenkąs kūnas yra įtakoje trynimosi jėgų. Taigi, jeigu kūnas, kurį veikia žemės trauka, pasilieka ramus, tai reiškia, kad kokia nors kita jėga lygi žemės traukai, bet prieš ją atkreipta, kompensuoja žemės trauką. Taipogi slenkant kūnui vienodo greitumo, jį turi veikti jėga lygi trynimosi jėgai, bet prieš ją atkreipta. Panašiais atvejais, kada kūnai pasilieka ramūs arba slenka tiesia linija vienodo greitumo, mes kalbame apie jėgų pusiausvyrą. Jėgų pusiausvyros mokslas vadinasi s t a t i k a ir sudaro ypatingą mechanikos skyrių, kuris atsirado ir pasiūgėjo anksčiau negu dinamika.

Aplamai kalbant, ir tie atvejai, kada kūnų judėjimo linkmė arba greitumas mainosi, kuriems yra atsidavusi dinamika, galima priskirti irgi statikai. Dalykas tas, kad kiekviena veikianti jėga suteikia tam tikrą momentą, ir jeigu kūno judėjimo greitumas arba linkmė mainosi, tai be visų kitų jėgų, veikiančių kūną, kurios gali būti išreikštos kaipo vektoriniai dydžiai, veikia dar viena, taip sakant, neatjaučiama jėga, kurios momentas yra lygus kūno masei, padaugintai iš kūno greitėjimo, paimtai su neigiamu ženklu (—ma). Ta neatjaučiama jėga nuo Galiliejaus laikų vadinasi «vis inertiae» arba paprastai «inertia». Taigi dėdami dābon inerciją, mes galime žiūrėti į kūną arba į kūnus, kurių judėjimo linkmė arba greitumas mainosi, kaipo į sistemą, kuri yra pusiausvyroj. Šituo atžvilgiu galima žiūrėti į dinamiką kaipo į statikos dalį, bet taip pat galima sprándyti statikos uždaviniai, išeinant iš dinamikos principų, nes į kūnų sistemą, kuri yra pusiausvyroj, mes galime žiūrėti kaipo į sistemą, kuri juda nulio greitėjimu. Pastaraisiais laikais daroma pastangų sukurti statikos mokslų, išeinant iš keleto bendrų dinamikos principų.

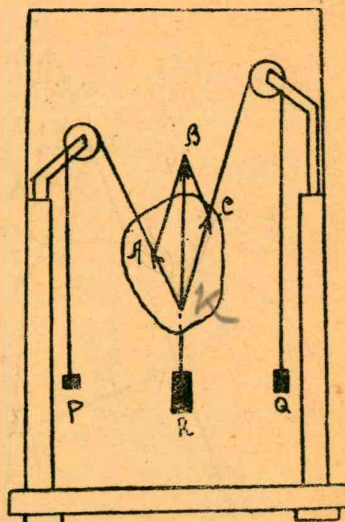
Trečiasai Newton'o dėsnis sako, kad kiekviena veikianti kūną jėga susitinka su lygiu tai jėgai pasipriešinimu. Taigi kalbant apie pusiausvyrą tenka veikiančios jėgos suskaidyt į du būriu: jėgas, veikiančias kūną, ir jėgas, reiškiamas kūnu. Būtina sąlyga pusiausvyrai, kad kiekviena iš tų jėgų būrių būtų pusiausvyroj, taip sakant, tarp savęs, ir svarstant statikos uždavinius reikia daboti šitų dviejų būrių jėgų nesupainioti. Paprastai statika dedasi dābon pusiausvyrų jėgų, kurios veikia kūną.

36 §. Taško pusiausvyra.

Jeigu tašką veikia dvi arba daugiau jėgų ta pačia linija, tai taškas bus pusiausvyroj, jeigu algebrinė suma vektorių, kuriais išreiškiamos tos jėgos, bus nulis, arba, kitaip sakant, jeigu atstojamoji visų tašką veikiančių jėgų bus nulis, arba jeigu kiekviena jėga bus lygi ir priešinga atstojamajai visų kitų.

Jeigu tašką veikia trys arba daugiau jėgų įvairiomis linkmėmis, tai taškas bus pusiausvyroj, jeigu kiekviena iš veikiančių jėgų bus lygi ir priešinga atstojamajai visų kitų, kitaip kalbant—bus uždaromuoju šonu daugiakampio, nupiešto einant jėgų veikimo prasme. Taškas K (žiūr. 49 pieš.) yra P ir Q jėgų įtakoje. P ir Q yra du pasvarai ant siūlų, permestų per skridinius. Kiti tų siūlų galai sueina taške K. Taigi jėga P veikia tašką K linkme K A, jėga Q linkme K C arba lygiagrete link-

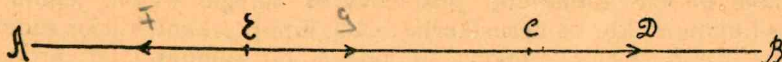
me A B. Lygiagretainio dėsniu atstojamoji tų dviejų jėgų bus įstrižainė K B atkreipta augštyn. Jeigu mes dabar prie taško K prikabinsime pasvarą R lygų vektoriui K B, tai jėga R veiks žemyn, ir taškas K bus pusiausvyroj. Iš čia išeina tokia taisyklė taško pusiausvyrai. Reikia nupiešti trikampis, brėžiant linijas, proporcingas veikiančioms jėgoms KA ir AB ir jėgų veikimo prasme. Tada linija B K, nubrėžta tąja pačia prasme ir uždaranti trikampį, didumo bus lygi kitų dviejų jėgų atstojamajai, bet bus atkreipta į priešingąją pusę ir todel bus pusiausvyra. Jeigu veikia keletas jėgų, tai reikia tęsti linijos, toms jėgoms proporcingos ir joms lygiagretės jėgų veikimo prasme. Linija, nubrėžta ta pačia prasme ir uždaranti daugiakampį, bus visų kitų jėgų atstojamoji, tik atkreipta į priešingąją pusę, ir todel taškas bus pusiausvyroj. Taigi veikiant kelioms jėgoms įvairiomis linkmėmis, taškas bus pusiauvyroj, jeigu algebrinė jėgų vektorių suma bus nulis ir jeigu kiekviena iš jėgų bus lygi ir priešinga atstojamajai visų kitų. Kitaip sakant, jeigu jėgos sudaro uždarytą daugiakampį, tai jų atstojamoji yra nulis. Jeigu jėgos nesudaro uždaryto daugiakampio, tai linija, uždaranti daugiakampį, bus jų atstojamoji, ir tada pusiausvyros nėra.



Pieš 49

37 §. Kūnų pusiausvyra.

Rengdamiesi svarstyti veikiančių kūną jėgų pusiausvyrą, pirmų pirmiausia pabrėšime, kad kiekvienos jėgos pridedamasai taškas galima perkelti ta pačia linija į bet kokį kitą tašką, nemainantį visiškai tos jėgos veikimo. Tegu ant linijos AB (žiūr. 50 pieš.) taške C veikia jėga CD. Paimsime ant tos pačios linijos tašką E ir pridėsime tame taške dvi jėgi: EG ir EF, kiekvieną lygią CD, bet atkreipti į priešingas puses.

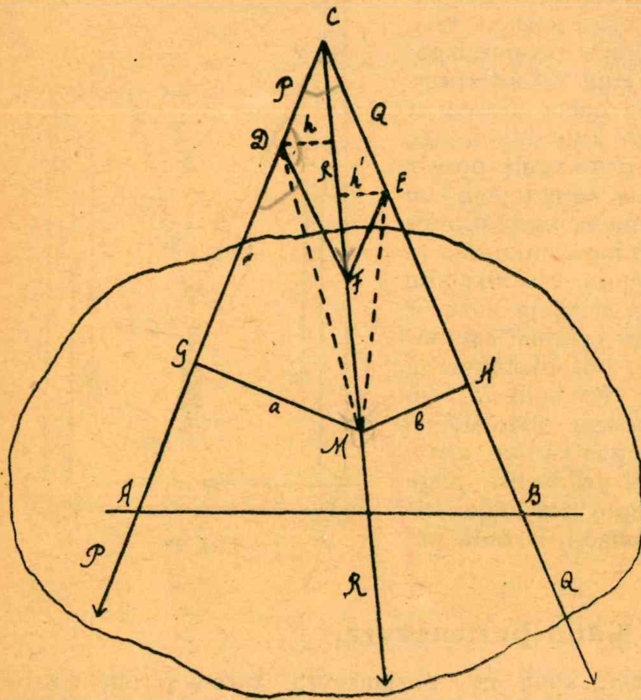


Pieš. 50

Šita jėgų sistema veikia taip pat, kaip jėga CD, nes jėgos EF ir CD, būdamos lygios, bet atkreiptos į priešingas puses, yra pusiausvyroj. Taigi pasilieka tik jėga EG lygi jėgai CD ir atkreipta į tą pačią pusę. Žodžiu sakant, ar jėga CD bus pridėta taške C ar ant tos pačios linijos taške E, tos jėgos veikimo tai neliečia.

Paimsime dabar kokį nors kūną KK (žiūr. 51 pieš.) ir pridėsime prie to kūno taškuose A ir B dvi jėgi P ir Q, kurios veikia įvairiomis linkmėmis. Čia mes turime tokį atvejį, kad ištiestos veikiančių jėgų linijos susikerta taške C. Dėdami dābon, kad jėgos pridedamasai taškas galima perkelti josios veikimo linija į bet kokį kitą tašką, perkelsime jėgas P ir Q į tašką C ir atrėšime nuo šito taško C linijas CD ir CE lygias jėgoms P ir Q. Ant linijų CD ir CE pastatysime lygiagretainį CDFE. Tada linija CF bus atstojamoji R jėgų P ir Q. Paimsime ant linijos CF bet kurį tašką M ir sujungsime šitą tašką su taškais D ir E linijomis MD ir ME. Plotai trikampių CMD ir CME bus lygūs, nes tie trikampiai turi bendra pagrindą MC ir jų augščiai h ir h_1 yra lygūs. Antra vertus, CMD trikampio plotas gali būti išreikštas kaipo $\frac{1}{2}$ CD.MG, paėmus DC trikampio pagrindu ir MG jojo augštine. Taip pat plotas trikampio CME gali būti išreikštas kaipo $\frac{1}{2}$ CE . MH. Kadangi tų dviejų trikampių plotai yra lygūs, tai $\frac{1}{2}$ CD.MG$=\frac{1}{2}$ CE.MH arba CD.MG$=$CE.MH.

CD yra jėga P, o MG yra strukiausias atokumas jėgos linijos nuo taško M. Tasai atokumas vadinasi jėgos petis. Sandauga gi iš jėgos ir jos peties vadinasi jėgos suktinis (sukamasai) momentas taško M atžvilgiu. Įsivaizduokime sau, kad per tašką M kūne KK išgręžta skylė, ir per tą skylę eina ašis, apie kurią kūnas KK gali suktis. Pridėjus jėgas P ir Q taškuose G ir H, jėga P stengsis sukti kūną apie šitą ašį iš dešinės į kairę pusę, jėga gi Q iš kairės į dešinę. Jeigu tų jėgų suktiniai momentai bus nelygūs, tai kūnas suksis į vieną ar į antrą pusę ir tiktai tada bus ramybėje, kada veikiančiųjų jėgų momentai bus lygūs, arba kada jų algebrinė suma bus nulis. Be to, tokiu atveju atstojamoji R tų dviejų jėgų turi eiti per ašį arba per paramos tašką, nes tiktai tada atstojamoji R bus panaikinta ašies pasipriešinimu ir bus supaisyta sąlyga, kad atstojamoji visų veikiančių jėgų būtų nulis. Savaime aišku, kad tas pat galima pasakyti apie bet kurį kitą tašką ant linijos CFMR, nes santykiai tarp dviejų statmenų, paleistų iš bet kurio taško linijos CFMR ant linijų CDA ir CEB, bus tie patys kaip santykiai tarp statmenų MG ir MH.



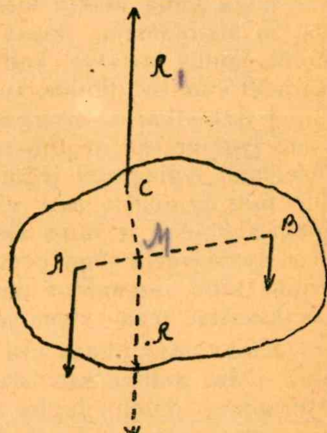
Pieš. 51

Mes dabar galime formuluoti pusiausvyros sąlygas dviem jėgom, veikiančiom lygiagretėmis linijomis, kurios nesusikerta, arba, kitaip sakant, kurios sudaro kampą 0^0. Jeigu kampas DCE eis vis mažyn ir mažyn, tai kampas CDF artinsis prie 180^0, kampas gi GDF, būdamas lygus DCE, artinsis prie 0^0 ir taps 0 tada, kada jėgos P ir Q veiks lygiagrečiai. Pritaikindami žinomąją trigonometrijos teoremą, mes turėsime tada $CF^2 = CD^2 + DF^2 - 2\,DC.DF\,.\cos CDF$; bet $\cos CDF = \cos(180^0 - GDF) = -\cos GDF$; taigi $CF^2 = CD^2 + DF^2 + 2\,DC\,.\,DF\,.\cos GDF$. Bet kampui GDF pasidarius lygiam nuliui, cos GDF bus 1, ir mes turėsime $CF^2 = CD^2 + DF^2 + 2\,DC\,.\,DF$; iš čia išeina, kad $CF = DC + DF$, vadinasi, atstojamoji dviejų lygiagrečių jėgų P ir Q yra lygi jų sumai ($R = P + Q$), veikiant joms tąja pačia prasme.

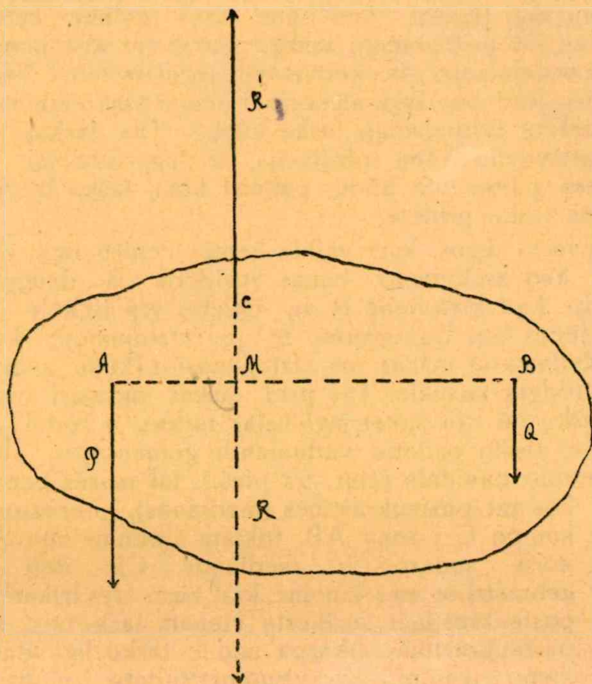
Iš čia išeina šiokia taisyklė lygiagrečiai veikiančių jėgų pusiausvyrai: 1) algebrinė suma lygiagrečiai veikiančių jėgų turi būti lygi nuliui ir 2) algebrinė suma tų jėgų sukamųjų momentų irgi turi būti lygi nuliui. Kitaip kalbant, dviejų lygiagrečių jėgų atstojamoji turi eiti per sukimosi ašį arba per paramos tašką, nes tik tada ji bus sunaikinta ašies arba paramos taško pasipriešinimu ir bus ištesėtos paminėtos čia 2 pusiausvyros sąlygos.

Paaiškinti kūno lygsvarai, į kurį veikia 3 paralelės jėgos, pažiūrėsime į (52 pieš.). Jėgos P ir Q gali būti pavaduotos atstomąja R, kurios prided. taškas M ant linijos A B, jungiančios pridedamuosius taškus jėgų P ir Q, atatinka sąlygai $P.\ AM = Q\,.\,MB$, arba $\frac{P}{Q} = \frac{MB}{AM}$. Jeigu atstojamoji jėga R veikia ta pačia linija kaip ir trečioji lygiagretė jėga R, jai lygi, bet prieš ją atkreipta, tai kūnas bus pusiausvyroj. Kada atstojamosios jėgos R prided. taškas supuola su trečiosios lygiagretės jėgos R pridedamuoju tašku C, tada kūnas kiekvienoj padėty bus pusiau-

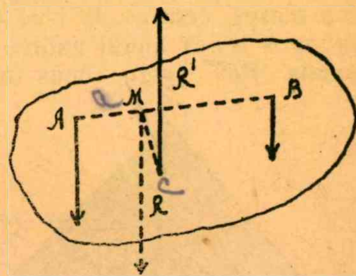
svyroj. Tokią pusiausvyrą mes vadiname beskirte. Kada taškai M ir C nesupuola tada gali būt du atveju. Jeigu pasukus kūną liniją MC (žiūr. 53 pieš.), atkreipta į pusę trečiosios jėgos R_1, tada mes turėsime dvi lygi lygiagreti jėgi R ir R_1, kurių sukamųjų momentų algebrinė suma nebus nulis, ir todel šitoj



Pieš. 53



Pieš. 52



Pieš. 54

padėty kūnas nebus parimęs. Iš piešinio vienok aišku, kad tos jėgos suks kūną tokia prasme, idant sugrąžintų jį į tokią padėtį, kaip kad nurodyta 52-me piešiny, vadinasi, į ramybės padėtį. Tokiais atvejais mes kalbame apie pastovią kūno pusiausvyrą. Bet jeigu pasukus kūną linija MC (žiūr. 54 pieš.) bus atkreipta į atstojamosios jėgos R pusę, tai iš piešinio aišku, kad dvi lygiagretės ir lygios jėgos R ir R_1, viena prieš kitą atkreiptos, suks kūną toliau ta pačia prasme, ir pusiausvyra tuo būdu bus panaikinta. Šiuo atveju mes kalbame apie nepastovią kūno pusiausvyrą. Iš čia išeina, kad algebrinei sumai visų lygiagrečių jėgų, veikiančių kūną, esant lygiai nuliui, gali pasilikti sukamasai momentas, kitaip kalbant, mes galime prieiti prie dviejų lygių lygiagrečių jėgų, atkreiptų prieš viena antrą, kurios turi tam tikrą sukamąjį momentą, išreiškiamą sandauga vienos iš tų jėgų, sakysime R, iš statmeno atokumo tarp jų, sakysime a, (R . a). Tokiais atvejais mes kalbame apie jėgų porį. Visuomet, kada kūnai sukasi, veikia toks jėgų poris.

Atsimindami, kad kiekviena jėga galima lygiagretainio dėsniu išskaidyti į dvi bet kuriom linkmėm sudarančiom tiesų kampą, ir turėdami omeny visa tai, kas augščiau pasakyta, mes galime dabar formuluoti bendras pusiausvyros sąlygas kūnui, kurį veikia jėgos vienoje plokštyje.

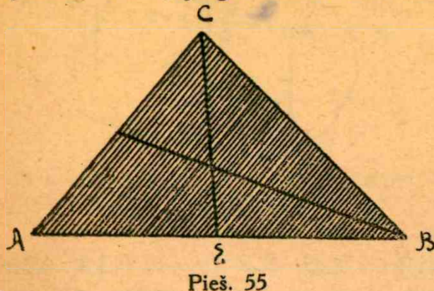
1) Suma visų jėgų komponentų vienoj plokšty dviem linkmėm, sudarančiom tiesų kampą, turi būti lygi nuliui;

2) Suma suktinių momentų visų tų jėgų iš atžvilgio į bet kurį tašką toj pačioj plokšty irgi turi būt lygi nuliui.

39 §. Masės, arba svarumo, centras.

Jeigu kūną veikia visa eilė lygiagrečių jėgų, tai visos jos galima pakeisti viena jėga, jų atstojamąja, kuriai pridedamąjį tašką mes galime surasti, vadovaudamiesi žinoma mums taisykle, kad dviejų lygiagrečių jėgų atstojamosios pridedamasai taškas visuomet bus ant linijos, jungiančios jų pridedamuosius taškus, ir padalys jungiamąją liniją į dvi atkarpi, atvirkščiai proporcingi jėgom. Tuo būdu mes galime surasti dviem lygiagretėm jėgom jų atstojamosios pridedamąjį tašką, paskui tai atstojamajai ir trečiajai lygiagretei jėgai, naujai atstojamajai ir ketvirtajai jėgai ir t. t. Tokiu būdu mes prieisime prie vienos jėgos, kuri bus lygi algebrinei sumai visų veikiančių lygiagrečių jėgų ir turės aiškiai apibrėžtą pridedamąjį tašką kūne. Tas taškas vadinasi lygiagrečių jėgų centras. Svarstydami kūno translaciją ir nagrinėdami kai kuriuos kitus dinamikos dalykus, mes galime tuo būdu pakeist kūną tašku ir visas jį veikiančias jėgas viena jėga, šitame taške pridėta.

Kiekvienas kūnas yra įtakoje svorio jėgos, kuri veikia žemės centro link (statinai). Mes galime sau įsivaizduoti, kad kiekvienas kūnas susideda iš daugybės materialinių dalelių lygios masės taip, kad kiekviena iš tų dalelių yra įtakoje statinės svorio jėgos. Taigi visos tos jėgos bus lygiagretės, ir jų atstojamoji, kūno svoris, bus suma visų tų jėgų. Pridedamasai taškas tos atstojamosios (kūno svorio), gali būt surastas, einant augščiau nurodyta taisykle. Tas prid. taškas vadinasi svorio arba masės, centras. Iš visų kūno taškų tai yra simetringiausias taškas, ir todel taisyklingos lyties kūnui galima surast to taško padėtis, vaduojantis geometrijos nurodymais. Pav., jeigu kūnas turi trikampio pavidalą (žiūr. 55 pieš.), tai masės centras bus ant pusiaukraštinės (medianos), nubrėžtos iš kampo C į šoną AB, tokiam atokume nuo AB, kuris sudaro $^1/_3$ medianos CB dalį. Iš geometrijos mes žinome, kad visos trys trikampio pusiaukraštinės susikerta vienam taške taip, kad pusiaukraštinės atkarpa nuo to taško ligi atatinkamo trikampio šono visuomet sudaro $^1/_3$ pusiaukraštinės dalį. Masingam rutuliui masės centras supuola su geometriniu rutulio centru, taip pat masingam cilinderiui. Piramidai ir kūgiui masės centras yra ant linijos, kuri jungia piramidos arba kūgio viršūnę su pagrindo masės centru ir atokumu vieno ketvirčio tos linijos, skaitant nuo pagrindo. Masingo pusrutulio masės centras yra ant spindulio, kuris jungia to pusrutulio rato centrą su paramos tašku, trijų aštundalių to spindulio atokumu nuo rato centro.



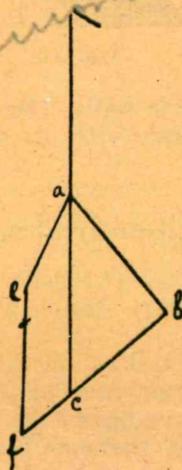
Pieš. 55

Praktikoje masės centro ieškoma įvairiai.

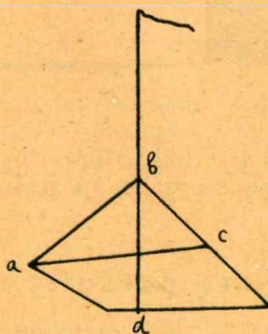
Iš to, kas viršuj pasakyta, aišku, kad jeigu lygiagrečių jėgų atstojamoji eina per kūno sukamąją ašį arba per paramos tašką, tad ji kompensuojama tos ašies arba paramos taško pasipriešinimu, ir tokiu atveju visų kūno lygiagrečių jėgų atstojamoji bus lygi nuliui, ir suma jų sukamųjų momentų iš atžvilgio į paramos tašką irgi bus lygi nuliui. Mes tada turėsime beskirtę kūno pusiausvyrą. Iš čia išeina štai kuri taisyklė masės centrui surasti: reikia atrasti kūne toks taškas, kuriame paremtas kūnas grįžta į ramybės padėtį, jei jis būna išjudintas. Jeigu mes trikampį paremsime jo pusiaukraštinių susikirtime, tai toksai trikampis bus beskirtės pusiausvyros stovy. Kita taisyklė surasti masės centrui kuriam nors kūnui išeina iš to fakto, kad masės centras visuomet bus ant statinės linijos, kuri bus tąsa siūlo arba virvelės, ant kurio kūnas kaba. Tegu mums reikia surasti padėtis masės centro keturkampiui abcef (žiūr. 56 pieš.). Pakabinkime šitą keturkampį ant siūlo už viršūnės a; masės centras bus kur nors ant statinės linijos, kuri sudaro to siūlo tąsą. Pakabinkime tą patį keturkampį už kitos viršūnės b (57 pieš.); masės centras bus ant tąsos statinės siūlo linijos. Aišku, kad ten, kur, sakysime, linijos ac (56 pieš.) ir bd (57 pieš.) susi-

kerta, bus masės centras, nes tas taškas bus bendras visoms statinėms linijoms, kabinant keturkampį už įvairių jo taškų. Tuo būdu mes visuomet galime surasti masės centro padėtį bet kuriam kūnui, pav., kedei, reikia tik pakabinti kedė, sakysime už atramos, bei fiksuoti statinės linijos eiga ir paskui pakabinti ta pati kedė už kojos ir vėl fiksuoti eiga statinės linijos. Kur tos dvi linijos susikirs, ten ir bus kedės masės centras.

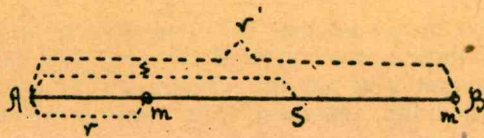
Prisilaikant šitos praktikos taisyklės ir pusiausvyros dėsnio, galima apskaitant surasti masės centro padėtis bet kuriam kūnui, pav. virpsčiai AB (58 pieš.), ant kurios įvairiuose taškuose sukoncentruotos masės m atokumo r nuo virpsties galo A, m_1 atokumo r_1 nuo to paties galo ir t.t. Algebrinė visų tų masių sukamųjų momentų



Pieš. 56



Pieš. 57

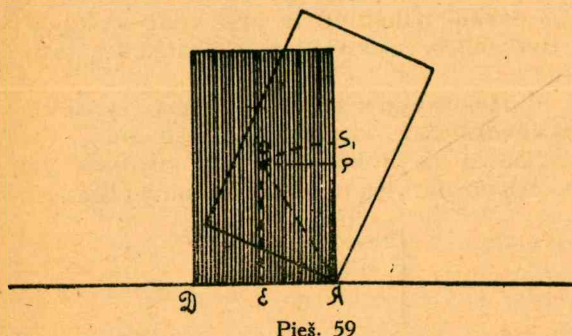


Pieš 58

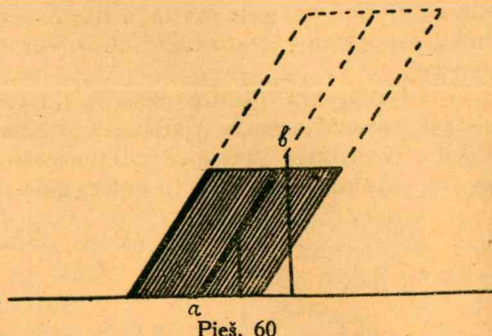
suma, skaitant nuo kurio nors virpsties taško, sakysime, nuo taško A, turi būti lygi sukamajam momentui tų masių sumos, skaitant nuo to paties taško A lygi masės centro. Tegu tas masės centras būna taške s atokumo s nuo taško A. Tad mes turime $m \,.\, r. + m_1 . r_1 + \ldots\ldots = (m + m_1 + \ldots) \, s$. Iš čia $s = \dfrac{m \,.\, r + m_1 \,.\, r_1 + \ldots\ldots}{m + m_1 + \ldots\ldots}$
Aišku, kad apskaitymo kelias visiškai yra analogus praktikos keliui surasti masės centrą.

Kada kūnas paremtas ne vienu tašku, bet visa eile taškų arba plokštimi, tai pastovumo ar nepostovumo pusiausvyros sąlygos yra painesnės, pav., tiesakampis paralelepipedas, kuris remiasi plokštimi AD (59 pieš.). Jeigu mes atlenksime tą paralelepipedą kai kurio šono prasme, pav., į dešinę pusę, tai jis gali sugrįžt į savo pirmykščią padėtį, bet gali ir apsiversti ir atsigulti ant kito šono. Aišku, kad jis nebesugrįš į savo pirmąją padėtį, kada statinė linija O E,einanti per jo masės centrą O, išeis iš pagrindo A D ribų. Taigi kraštutinė padėtis, iš kurios šitas kūnas dar grįš į savo pirmykščią padėtį, bus tada, kada šita statinė linija OE eis dar per kampą A. Todel kampas AOE yra laikomas pusiausvyros matu. Juo didesnis bus tas kampas, juo didesnis bus pusiausvyros pastovumas, taip kad pusiausvyra kito paralelepipedo, kuriam tasai kampas AOE yra didesnis, bus pastovesnė. Iš 60 pieš. aišku, kad užbraižyta siją bus pusiausvyroj, o jeigu ji bus tokio ilgio, kaip rodo punktyras, tai ji pavirs. Žmogaus masės centras randasi liemeny žemiau juostos. Kol statinė linija, einanti per šitą masės centrą, pasilieka vidury plokšties, apibrėžtos žmogaus pėdomis, žmogus bus pusiausvyroj ir negrius. Jeigu žmogus neša ant nugaros kokią nors naštą, tai tuo būdu jo masės centras pasitraukia į užpakalį, statinė

linija, einanti per masės centrą, gali išeiti iš pagrindo ribų, apibrėžtų pėdomis, į užpakalį, ir žmogus gali parkristi ant nugaros. Kad to nebūtų, žmogus, turėdamas naštą ant nugaros, visuomet palinksta į priekį taip, kad einanti per masės centrą



Pieš. 59



Pieš. 60

statinė linija pasiliktų pagrindo ribose. Jeigu žmogus neša naštą rankomis iš priekio, tai jis atsilošia atgal. Jeigu jis turi naštą dešinėj rankoj, tai jis pasvyra į kairę pusę ir atbulai.

40 §. Kūno pusiausvyros sąlygų apibendrinimas.

Suglausdami visa tai, kas augščiau pasakyta apie jėgų pusiausvyrą ir apie masės centrą, mes galime šiaip formuluoti pusiausvyros sąlygas kūnui, kuris paremtas viename taške:

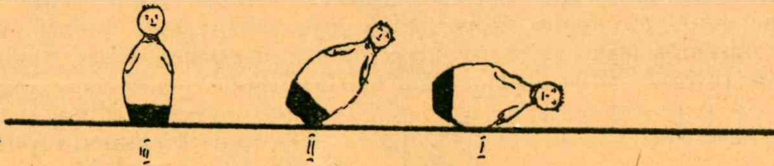
1) Jeigu masės centras yra žemiau negu paramos taškas, tai kūnas, iškreiptas iš ramybės padėties, ima svyruoti ir pagalios grįžta į ramybės padėtį. Pav., švituoklė arba svarstyklių naščiai. Tokią pusiausvyrą mes vadiname pastovia.

2) Jeigu linija, jungianti kūno svarumo centrą ir jo paramos tašką, kiekvienoj kūno padėty palaiko savo statinę linkmę, tai mes turime beskirtę, arba indiferentinę, pusiausvyrą. Pav., rutulys ant stalo. Vis tiek kuriuo savo paviršiaus tašku rutulys būtų kontakte su stalu, linija, jungianti jo masės centrą ir paramos, arba kontakto, tašką, visuomet yra statinės linkmės, ir todel rutulys ant stalo yra beskirtės pusiausvyros stovyje. Bet pusrutulis ant stalo arba rutulio nuopjova (segmentas) bus tam tikrose ribose pastovios pusiausvyros stovyje, nes šiaip ar taip atlenktas, jis ima svyruoti ir grįžta į ramybės stovį. Jeigu paimsim švino pusrutulį ir sujungsim jį su palyginti lengva, sakysime, žmogaus figūra, tai mes turėsime įdomų žaislą, nes pastangos paversti tą figūrą nueis niekais (žiūr. 61 pieš.). Savaime aišku, kad kiekvienas kūnas, paremtas savo masės centre, bus irgi beskirtės pusiausvyros stovyje.

3) Jeigu masės centras yra augščiau paramos taško, tai dažniausiai mes turėsime nepastovią pusiausvyrą, nes mažiausias impulsas vers kūną išeiti iš jo padėties ir atsistoti į tokią padėtį, kurioje jo masės centras atsiras kuo žemiausioje pozicijoje. Pav., lazda arba kedė, nusverta ant piršto galo, arba paralelepipedas, paremtas vienu kampu. Šitoj padėty linija, jungianti paralelepipedo masės centrą ir paramos tašką neišeina dar iš jo pagrindo, ir todel kūnas yra pusiausvyroj, bet ta pusiausvyra yra nepastovi, nes pakanka menkiausiai pastūmėti, kad minėta linija iškryptų iš pagrindo, ir paralelepipedas pavirstų į tokią padėtį, kurioje jo masės centras atsidurs žemesnėj padėty.

Kalbant aplamai apie bet kaip paremtų kūnų pusiausvyrą, galima nustatyti tos pusiausvyros sąlygos, išeinant iš santykių tarp kinetinės ir potencinės kūno energijos. Darydami pastangą pakeisti kūno padėtį, mes suteikiame jam tam tikrą judėjimo momentą, vadinasi, tam tikrą kiekį kinetinės energijos. Jeigu kūnas maino savo padėtį tokia prasme, kad jo potencinė energija didėja, ir tuo būdu išeikvojama suteikta jam kinetinė energija, tai mes turime pastovią pusiausvyrą. Pav., švytuoklė, pusrutulis arba rutulio nuopjova ant stalo, kiaušinis savo normingoj padėty ir t. t.

Atlošdami, sakysime, kiaušinį nuo jo normingos padėties, mes keliame augštyn jo masės centrą ir tuo būdų didiname jo potencinę energiją. Taigi mes sudarėm padėtį, kuria potencinė energija virs kinetine, kūnas ims svyruoti ir grįš į savo nor-



Pieš. 61

mingąją padėtį. Jeigu suteikta kūnui kinetinė energija esti priežastimi tolygaus judėjimo (rotacijos, arba translacijos), tai pagalios ta kinetinė energija išeikvojama tik trynimo momentui pergalėti, ir mes turime beskirtę, arba indiferentinę, pusiausvyrą. Pav., trikampis arba daugiakampis, paremtas savo masės centre, rutulys ir kiaušinis ant stalo. Pasukę kiaušinį apie jo išilginę arba skersą statinę ašį, mes nemainom jo masės centro padėties, ir todel jis suksis, kol suteiktą jam greitumą panaikins trynimasis. Tas pat reikia pasakyti apie trikampį, paremtą jo masės centre. Jeigu del suteiktos kūnui kinetinės energijos toliau potencinė energija mažėja, tai mes turime nepastovią pusiausvyrą. Suteikę nusvertam ant vieno kampo paralelepipedui judėjimo momentą bet kuria prasme, mes versime jį ieškoti tokos padėties, kuria jo masės centras atsistos į žemesnę poziciją, vadinasi, mažindinsim potencinę energiją. Kiaušinis, pastatytas ant savo smailaus arba buko galo, irgi yra nepastovios pusiausvyros padėty, nes kiekvienas suteiktas tokiam kiaušiniui impulsas, nors ir silpniausias, žemindina jojo masės centrą, vadinasi, mažindina jojo potencinę enrgiją.

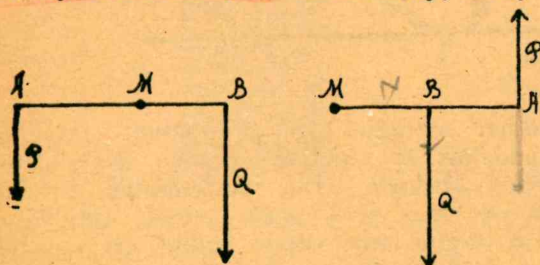
Pagalios svarstant kūno pusiausvyrą tenka turėti omeny šisai svarbus dėsnis:

Jeigu veikiančios kūnų sistemą išorinės jėgos yra pusiausvyroje, tai jokie tos kūnų sistemos viduriniai veiksmai, arba kitimai, neliečia tos kūno pusiausvyros, arba, kitaip kalbant, išorinių jėgų pusiausvyra nepareina nuo jėgų, veikiančių kūnų sistemos vidury. Pav., valtis ant vandens ir žmogus toje valty sudaro tam tikrą kūnų sistemą išorinai nusvertą. Jeigu žmogus, sėdėdamas valty, atsiloš atgal, tai suteiks valčiai judėjimo momentą į priekį taip, kad algebrinė judėjimo momentų suma bus lygi nuliui. Taip pat žmogus ant dviračio sudaro tokią išorinai nusvertą kūnų sistemą. Į kiekvieną dviračio linktelėjimą į vieną ar į antrą pusę žmogus tam tikrai reaguoja ir atstato išorinę pusiausvyrą. Aplamai, tokiais atvejais kiekvienas pakitėjimas kūnų sistemos vidury visuomet sukelia atatinkamą reakciją iš vidurio, kuri ir atstato pusiausvyrą, taip kad iš oro veikiančios kūnų sistemą jėgos pasilieka neliečiamos.

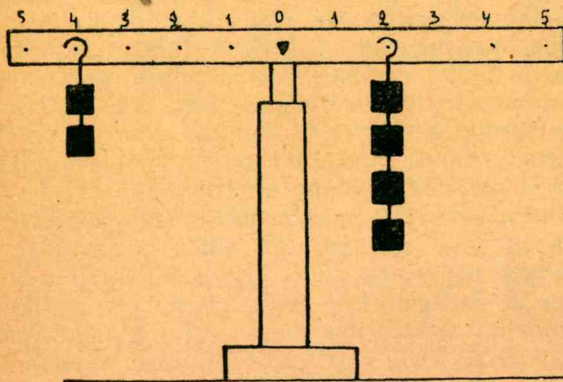
41 §. Paprasčiausios mašinos.

Mašina mes vadiname tokią priemonę, arba tokią kūnų kombinaciją, kurios pagalba galima perduoti energiją nuo vieno kūno kitam kūnui. Mašinų mokslas vadinasi pritaikomoji mechanika. Taigi vienos iš kūnų suteikia mašinai energijos, arba darbo, kurį ji perduoda kitam kūnui. Prisilaikydami Rankino pasiūlymo, mes vadiname tą kūną, nuo kurio gauname energijos, arba darbo,—jėga, o antrąjį kūną, kuris šitą energiją, arba darbą, eikvoja,—pasipriešinimu. Paprasčiausiu atveju ant vieno galo mašinos veikia pasipriešinimas, ant kito jėga. Tokia paprasčiausia mašina yra svirtis, kurią mes galime sau įsivaizduoti kaipo virpstį AB arba AM be masės (žiūr. 62 pieš.), kurio taškuose A ir B veikia jėga P ir pasipriešinimas Q, pastarasis, sakysime, pavidalu svorio, ir kuris yra paremtas taške M. (Jeigu taške M yra tų virpsčių masės centras, tai tų virpsčių svarumo jėga kompensuojama paramos taško pasipriešinimu, ir mes galime į virpstį žiūrėti kaipo be svorio). Didelis fizikos pionierius Sirakūzų matematikas ir geometras A r ch i m ė d i s, kuris gyveno trečiam šimtmetyje prieš Kristų, nustatė svirties pusiausvyros dėsnį, kuris skamba taip:

svirčiai esant pusiausvyroj, jėgų santykis yra lygus atvirkščiam tų jėgų pečių santykiui: $\frac{P}{Q}=\frac{MB}{MA}$, skaitant jėgos petimi statinį jėgos pridedamojo taško atokumą nuo svirties paramos taško. Jeigu paramos taškas randasi tarp jėgų prid. taškų, tai mes turime svirtį pirmosios rūšies. Jeigu jėgų prid. taškai randasi iš kurios nors vienos pusės paramos taško ir jėgos, atkreiptos į priešingas puses, tai mes turime svirt įantrosios rūšies. Šitos abiejų rūšių svirtys duoda galimumo palyginti maža jėga nusverti didelį pasipriešinimą, taip kad Archimėdis galėjo pasakyti: «Duokit man erdvėje paramos tašką, ir aš išjudinsiu jums žemę iš jos padėties». Patikrinti svirties dėsnis galima taip, kaip kad rodo 63 ir 64 piešiniai, kurie nereikalauja jokio paaiškinimo. Su panašiais prietaisais Archimėdis priėjo prie savo dėsnio. Iš proporcijos $\frac{P}{Q}=\frac{MB}{MA}$ seka P.MA=Q.MB. Sandauga iš jėgos ir jos peties vadinasi, kaip jau mes matėm anksčiau, jėgos sukamasai momentas. Taigi svirties pusiausvyros sąlygas mes galime formuluoti ir taip: sukamieji jėgų momentai iš atžvilgio į paramos tašką turi būti lygūs. Tokią redakciją svirties dėsniui davė vienas iš didžiausių dailininkų ir gamtininkų---Leonardo da Vinci, ir tokia formula šitas dėsnis patogesnis, sprandant įvairius uždavinius su svirtimis.

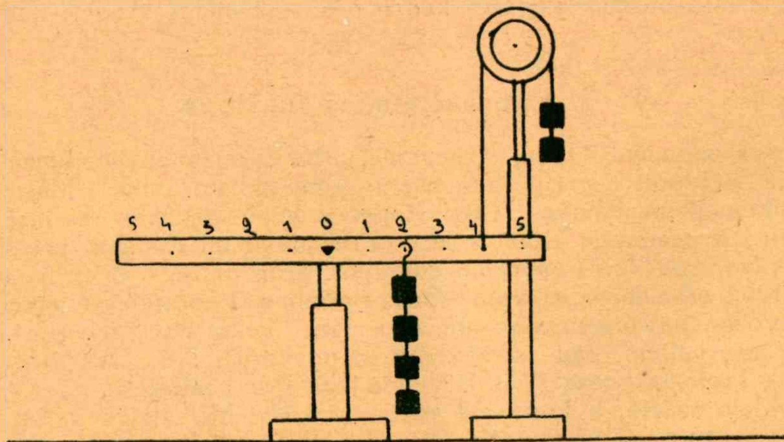


Pieš. 62



Pieš. 63

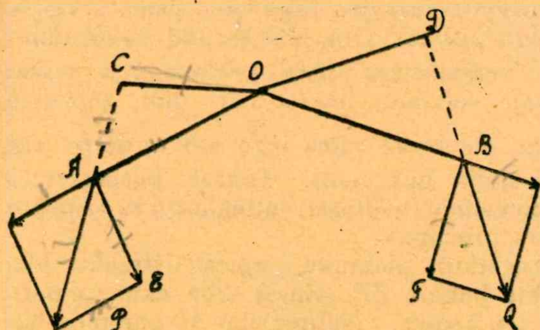
Svirties dėsnis tiesiog išeina iš trijų lygiagrečių jėgų pusiausvyros: dviejų lygiagrečių jėgų atstojamoji turi eiti per svirties paramos tašką, nes tik tada ji kompensuojama paramos taško pasipriešinimu taip, jog algebrinė suma visų jėgų ir jėgų sukamųjų



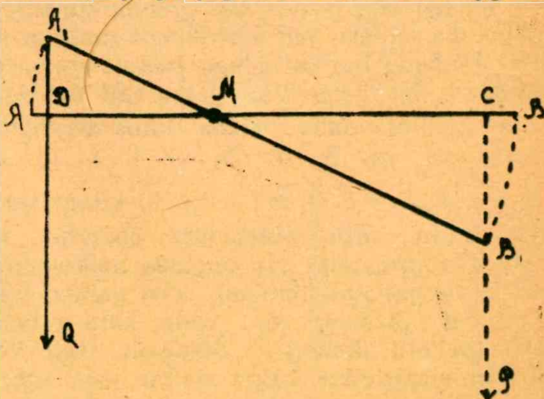
Pieš. 64

momentų bus nulis. Atstojamoji jėgų Q ir P, veikiančių antrosios rūšies svirtį (žiūr. 62 pieš.) priešingom linkmėm, yra lygi Q — P. Tegu tos atstojamosios

pridedamasai taškas bus x atokumo nuo jėgos Q prid. taško B į kairę pusę. Pridėsime dar prie taško A jėgą P, bet atkreiptą žemyn. Tuo būdu mes išskaidysime jėgą Q į dvi jėgi: P ir Q — P ir pagalios turėsime sistemą, arba turėsime kūną, kurį veikia jėga Q — P, pridėta x atokumu nuo taško B. Kad surastume šitą atokumą x, mes pritaikinsime jėgų momentų dėsnį: (Q — P).x = P.AB. Iš čia mes rasime, kad $x = \frac{P}{Q-P}$ AB. Jeigu x bus lygus BM, vadinasi, jeigu atstojamoji Q — P eis per paramos tašką M, tai bus pusiausvyra. Kas bus, jeigu jėgos Q ir P bus lygios?



Pieš. 65



Pieš. 66

Aišku, kad atstojamoji tokių dviejų jėgų, veikiančių į priešingas puses, bus lygi nuliui, bet tos atstojamosios pridedamasai taškas bus begalinio atokumo $\left(\frac{P}{Q-P} = \frac{P}{0} = \infty\right)$, vadinasi, atstojamoji tokių dviejų jėgų visiškai neturės pridedamojo taško, ir todel algebrinė suma tokių dviejų jėgų sukamųjų momentų nebus nulis, ir kūnas arba svirtis nebus pusiausvyroj; mes turėsime jėgų porį su tam tikru sukamuoju momentu. Pridėsime dar čia, kad svirtis gali būti ne tik tiesios linijos, bet ir laužtos arba kreivos linijos pavidalo. Visais atvejais pusiausvyrai reikalinga jėgų momentų lygybė. Svirtis AOB (žiūr. 65 pieš.), kurią veikia jėgos P ir Q, yra laužta svirtis. Nubrėžus statmenis nuo paramos taško O iki jėgų P ir Q tąsos, tų jėgų momentai bus P.CO ir Q.OD. Pusiausvyrai reikalinga, kad P.CO= Q.OD. Mes tik čia nurodysime, kuriuo būdu galima prieiti prie šitos lygties. Reikia išskaidyti jėgos P ir Q į dvi, statmenai petims ir išilgai pečių. Išilginės komponentos bus kompensuojamos pečių pasipriešinimu, pasiliks tik sukamieji momentai statmenųjų komponentų, kurių lygybė su sukamaisiais momentais P.CO ir Q.OD lengva įrodyti išeinant iš panašumo trikampių COA ir PAE iš vienos pusės ir DOB ir FBQ iš antrosios pusės.

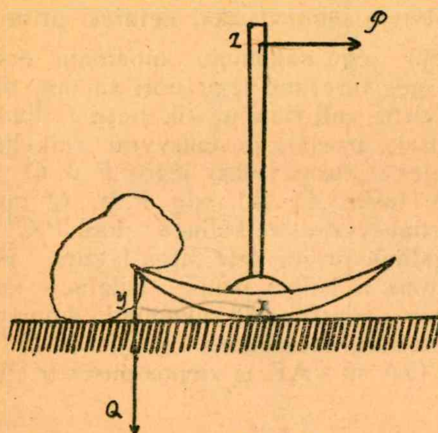
42 §. Galimų pasistūmimų, arba galimų greitumų, arba galimų darbų principas (Lagrange'o principas).

Paimsime pirmosios rūšies svirtį AB, paremtą taške M, (66 pieš.), kurį veikia jėgos Q ir P taškuose A ir B. Pusiausvyra bus, jeigu Q.AM=P.MB. Jeigu mes suteiksime svirties galui B impulsą žemyn, tai svirtis ims svyruoti ir pagalios grįš į padėtį AMB. Kada svyruojanti svirtis įsvirs į padėtį A_1 MB_1, tai jėgos P prid. taškas nuslenka stačiai žemyn per atokumą CB_1, o jėgos Q prid. taškas pakįla augštyn tos jėgos veikiamąja linija per DA_1. Sandaugą iš jėgos ir tos jėgos prid. taško pasistūmimo jos veikiamąja linija mes vadiname darbu. Taigi jėga P, jos prid. taškui slenkant žemyn, atliks ant šito svirties galo darbą $P.CB_1$. Kitam gi svirties galui, kur veikia pasipriešinimas Q, bus suteiktas darbas Q.DA, nes jėgos Q prid. taškas bus pakeltas augštyn. Iš panašumo trikampių CMB_1 ir

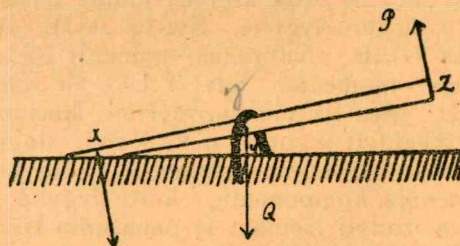
A_1MD seka, kad $\frac{CB_1}{MB_1}=\frac{DA_1}{A_1M}$; arba $\frac{CB_1}{DA_1}=\frac{MB_1}{A_1M}=\frac{MB}{MA}$. Iš jėgų momentų lygybės $Q.AM=P.MB$ ir iš paskutinės proporcijos tiesiog išeina, kad $P.CB_1 = Q.DA_1$. Vadinasi, jeigu svirtis yra pusiausvyroj ir vienam jos galui bus suteiktas kuria nors prasme impulsas, tai, svyruojant, ant vieno galo atliktas darbas bus lygus darbui suteiktam ant kito galo, arba, kitaip kalbant, algebrinė suma atliktų teigiamų ir neigiamų darbų bus lygi nuliui.

Taigi šita išvada irgi įgalina spręstí apie tai, ar svirtis yra pusiausvyroj ar ne. Ji galima išplėsti ant kiekvienos mašinos ir aplamai ant kiekvienos kūnų sistemos, kuri būdama bet kurių jėgų įtakoje yra pusiausvyros stovyje. Tegu kūnų sistemą veikia jėgos F_1, F_2, F_3 ir t. t. Jeigu toji sistema yra pusiausvyroj, tai truputį pakeisdinus joje atskiras dalis, viena kitos atžvilgiu, veikiančiųjų jėgų pridedamieji taškai pasistums per S_1, S_2, S_3, ir t. t. tų jėgų veikimo linkme, ir mes turėsime $F_1S_1+F_2S_2+F_3S_3+\ldots=0$, kitaip sakant, algebrinė suma jėgų atliktų darbų bus lygi nuliui, arba potencinės energijos nuostolis bus nulis. Toksai pusiausvyros sąlygų apibrėžimas yra žinomas fizikoje kaipo galimų (vadinasi, sutinkančių su sistemos konstrukcija) pasistūmimų, arba galimų darbų, principas.

Šis piešinys (67) rodo, kaip galima naudotis plaktuku, norint ištraukti vinį arba pakelti akmenį. Žmogaus jėga veikia linkme ZP, vinies arba akmens pasipriešinimas veikia kaipo statinė jėga, atkreipta žemyn. Nubrėžiame iš paramos taško X liniją XZ statmenai jėgos P linkmei ir liniją XY statmenai jėgos Q linkmei, ir vėl turime $Q.XY = P.XZ$. Be to, paramos taško pasipriešinimas turi būti lygus atstojamajai jėgų P ir Q lygiagretainio dėsniu, ir prieš ją atkreiptas. Šis piešinys (Nr. 68) rodo, kaip kitaip vartotinas plaktukas, norint išrauti vinį arba kilpą. Čia



Pieš. 67



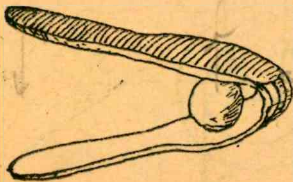
Pieš, 68

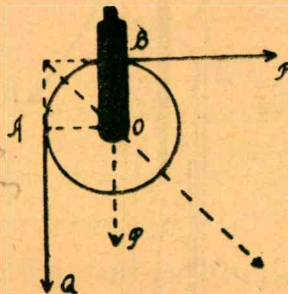
paramos taškas bus X (aštrusis plaktuko galas). Žmogaus jėga veikia išilgai PZ, kilpa priešinasi stačiai žemyn. Taigi mes čia turime antros rūšies svirtį. Įstatę iš paramos taško X statmenis į jėgos P linkmę (ZX) ir jėgos Q linkmę (YX), mes vėl turime $Q.XY = P.XZ$. Be to, paramos taško X pasipriešinimas turi būti lygus, tačiau priešingai atkreiptas atstojamajai jėgų P ir Q, lygiagretainio dėsniu.

Yra daugybė visokių įrankių vartojamų praktikos gyvenime, kurie remiasi svirties principu, kaip antai, dalba, kuri vartojama kaipo svirtis pirmos arba antros rūšies (žiūr. 67 ir 68 pieš.), žirklės (kombinacija dviejų pirmosios rūšies svirčių), riešuto spaustuvai, 69 pieš, (kombinacija dviejų antros rūšies svirčių) ir t. t. Be to, galima dar kalbėti apie trečiosios rūšies svirtį, kada nedideliais judėjimais reikia sukelti dideli judėjimai. Tokios rūšies svirtys yra visi mūsų judėjimų organai, kaip antai, rankos, kojos, nes čia maža raumenų kontrakcija mes žymiai įjudiname mūsų organus.

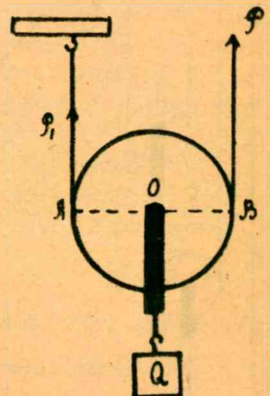
44 §. Skridiniai ir skrysčiai (polispatai).

Skridiniu mes vadiname skritulį, kuris gali suktis apie ašį per jo centrą ir kurio apskritimi išdrožtas lovelis. Skritulys ir jo ašis įdedami į ienas. Prikabinę arba prisukę ienas prie sijos (arba balkio) ir permetus siūlą, arba šniūrą, per skridinio lovelį, mes turėsime pirmosios rūšies, arba nekilnojamąjį, skridinį (žiūr. 70 pieš.). Ant vieno galo šniūro veikia svoris Q, ant kito galo šniūro statinai gulsčiai, arba nuožulniai, veikia jėga P. Sujungę skridinio centrą O su jėgų prid. taškais A ir B, mes turime čia pirmosios rūšies laužtą svirtį lygiais petimis AO ir OB, nes tai yra skridinio spinduliai. Taigi čia pusiausvyrai jėgos Q ir P turi būt lygios. Nekilnojamas skridinys neduoda galimumo laimėti ką nors jėgos atžvilgiu, bet tik suteikia galimumo kelti sunkią naštą patogesnėj padėty, sakysime, stovint stačiai ir traukiant už šniūro galo P, užuot kėlus naštą Q stačiai augštyn rankomis.


Pieš. 69



Pieš. 70

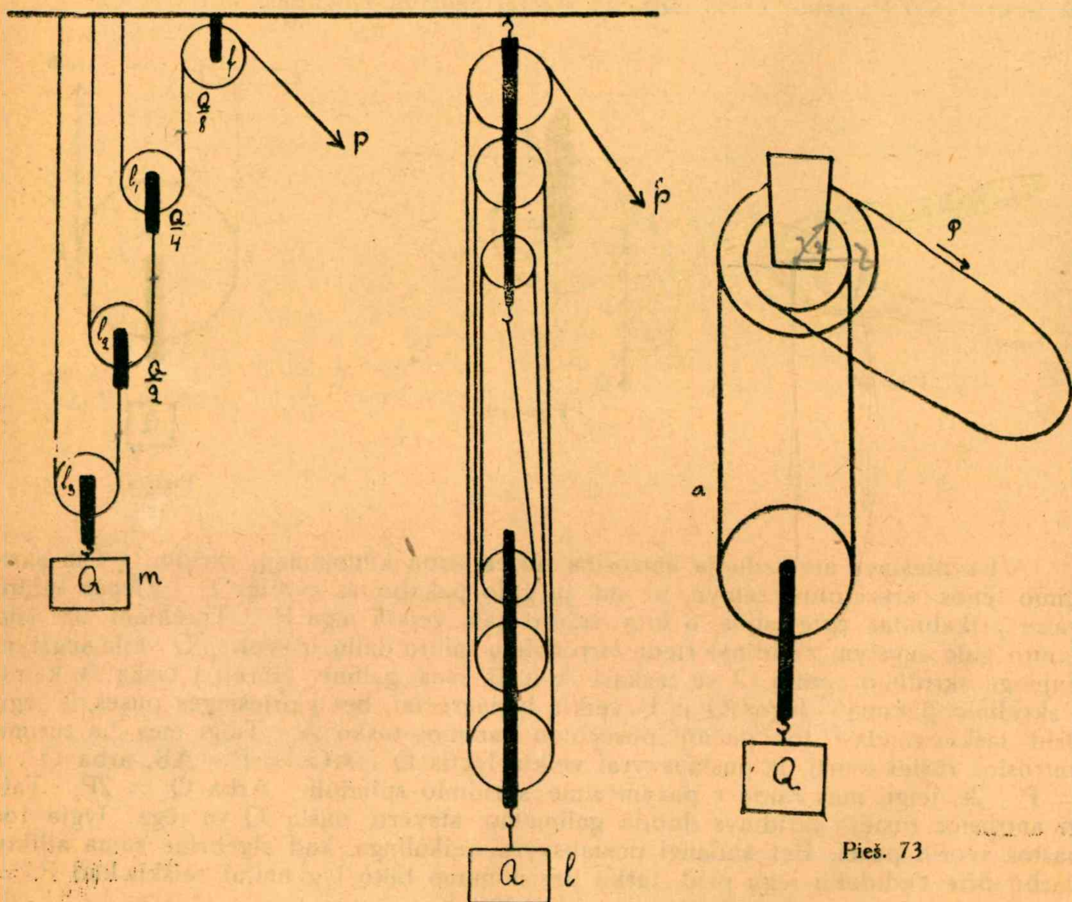


Pieš. 71

71-s piešinys atvaizduoja antrosios rūšies, arba kilnojamąjį, skridinį. Čia skridinio ienos atkreiptos žemyn, ir ant jų galo pakabintas svoris Q. Vienas šniūro galas prikabintas prie sijos, o kitą šniūro galą veikia jėga P. Traukiant už šito šniūro galo augštyn, skridinys rieda tarp abiejų šniūro dalių, ir svoris Q kįla augštyn. Sujungę skridinio centrą O su taškais A ir B, mes galime žiūrėti į tašką A kaipo į skridinio paramą. Jėgos Q ir P veikia lygiagrečiai, bet į priešingas puses, ir jėgų prid. taškai randasi toj pačioj pusėj nuo paramos taško A. Taigi mes čia turime antrosios rūšies svirtį, ir pusiausvyrai veikia lygtis $Q \cdot AO = P \cdot AB$, arba $Q \cdot r = P \cdot 2r$, jeigu mes raide r pažymėsime skridinio spindulį. Arba $Q = 2P$. Taigi antrosios rūšies skridinys duoda galimumo atsverti naštą Q su jėga, lygia tos naštos svorio pusei. Bet kadangi pusiausvyrai reikalinga, kad algebrinė suma atliktų darbų prie nedidelių jėgų prid. taškų pasistūmimo būtų lygi nuliui, reiškia kad $P.l = x . Q$, tai išeina, kad x turi būt lygus $\frac{P}{Q} \cdot l = \frac{l}{2}$. Taigi jėgos P pridedamajam taškui pakilus augštyn per l centimetrų, svorio Q prid. taškas, arba skridinio centras, pakils augštyn tik per $\frac{l}{2}$ centimetrų, arba, kaip dažnai sakoma, kas čia bus laimėta jėgos atžvilgiu, bus pralaimėta nueito kelio arba greitumo atžvilgiu.

Kombinaciją kilnojamųjų ir nekilnojamųjų skridinių vadiname skrysčiais. Dvi iš tokių kombinacijų rodo 72 piešinys. Iš kairės pusės mes turime kombinaciją trijų kilnojamųjų skridinių (l_1, l_2, l_3) su vienu nekilnojamuoju skridiniu (rituliu). Kaip jie sujungti, aišku iš piešinio. Klausimas, kurie santykiai tarp jėgos Q pavidalu svorio prikabinto už ienu kilnojamojo skridinio l_3, ir jėgos P, kur veikia ant galo šniūro, permesto per nekilnojamąjį skridinį.

Remiantis tuo, kas anksčiau pasakyta del jėgų santykių abiejų rūšių skridiniams, aišku, kad prikabinus prie skridinio l_3 ienų svorį Q, skridinio l_2 ienas veiks jėga $\frac{Q}{2}$, skridinio l_1 ienas veiks jėga $\frac{Q}{4}$ ir nekilnojamojo skridinio vieno šniūro galą veiks jėga $\frac{Q}{8} = \frac{Q}{2^3}$. Kadangi nekilnojamasis skridinys jėgos didumo nemaino, tai pusiausvyrai jėga P turi būt lygi $\frac{Q}{2^3}$, nes čia mes turime tris kilnojamuosius skridinius. Turint n kilnojamųjų skridinių, jėga P, veikianti galą šniūro, permesto per nekilnojamąjį skridinį, bus lygi $\frac{Q}{2^n}$. Toksai skrysčius vadinasi potencinis skrysčius.



Pieš. 72

Pieš. 73

Kitos rūšies skrysčius atvaizduotas dešinėj 72-jo piešinio pusėj. Čia mes turime tris nekilnojamuosius skridinius, sujungtus bendromis ienomis, ir taip pat tris kilnojamuosius skridinius. Sujungimas tų dviejų grupių skridinių šniūru aiškus iš piešinio. Svoris Q, pakabintas už kilnojamųjų skridinių ienų, jėga P veikia laisvą galą šniūro, permesto per nekilnojamąjį skridinį. Iš piešlnio aišku, kad visos šniūro dalys bus vienodai įtemptos svorio Q, ir kadangi mes čia turime 6 tokias šniūro dalis, tai kiekvienai iš jų teks viena šeštoji dalis svorio, vadinasi, kiekviena iš jų bus įtakoje jėgos $\frac{Q}{6} = \frac{Q}{2.3}$. Kadangi nekilnojamasai skridinys jėgų santykių nemai-

no, tai pusiausvyrai palaikyti jėga $P = \frac{Q}{2.3}$, arba jeigu mes turėsime kombinaciją ne iš trijų, bet iš n skridinių, tai tada jėga $P = \frac{Q}{2.n}$. Šitos rūšies skrysčiai duoda mažiau galimumo laimėti jėgos atžvilgiu negu potenciniai skrysčiai, bet jie yra patogesni, nes užima mažiau vietos ir, be to, reikia atsiminti, kad kiek laimėta jėgos atžvilgiu, tiek bus pralaimėta nueito kelio arba greitumo atžvilgiu.

Labai patogi ir dažnai vartojama mašina, tai yra diferencinis skridinys, atvaizduotas 73-ju piešiniu. Čionai mes turime nekilnojamąjį dvigubą skridinį, susidedantį iš dviejų kietai sujungtų skridinių su spinduliais r_1 ir r_2, tarp kurių paprastai mažas skirtumas, ir bendromis ienomis. Šitas dvigubas skridinys, sujungtas su kilnojamuoju skridiniu taip, kad šniūras, pradedant nuo vieno galo, permestas per nekilnojamąjį skridinį didesnio spindulio, paskui per kilnojamąjį skridinį, paskui per nekilnojamąjį skridinį mažesnio spindulio, ir pagalios abu šniūro galai sujungti sudarant uždarytą kilpą, kaip kad rodo piešinys. Ant kilnojamojo skridinio ienų pakabintas svoris Q, jėga P veikia periferiją nekilnomojo skridinio didesnio spindulio r_1. Šiuo atveju pasinaudosime galimų darbų principu, nustatyti santykiams tarp jėgų P ir Q, pusiausvyrai. Jeigu traukiant už šniūro jėgos P veikimo linkme, tas šniūras užsivynios per ilgį l centimetrų ant nekilnojamojo skridinio didesnio spindulio r_1, tai jėgos P atliktas darbas bus P . l. Bet tuo pačiu laiku tam tikras šniūro ilgis užsivynios nuo nekilnojamojo skridinio mažesnio spindulio r_2, būtent, nusivynios ilgis $\frac{l \cdot r_2}{r_1}$ taip, kad iš viso užsivynios šniūro ilgis $l - \frac{l \cdot r_2}{r_1} = l \cdot \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right)$. Kadangi Q veikia kilnojamąjį skridinį, tai jėgos Q pridedamojo taško nueitas kelias bus $1/2 \cdot l \cdot \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right)$ ir jos, taip sakant, neigiamai atliktas darbas bus $Q. \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right)$. Pusiausvyrai $P. l = Q. \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right)$, arba $P = \frac{Q}{2} \cdot \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right)$

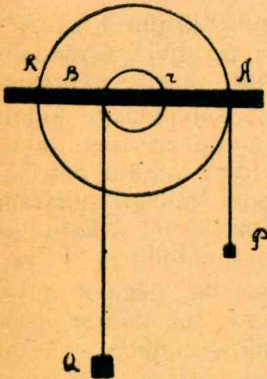
Pav., jeigu spindulys $r_1 = 10$ cm., o $r_2 = 9$ cm., tai $P = \frac{Q}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{Q}{20}$, vadinasi, šituo atveju mes atsversime svorį Q su jėga, kuri sudaro tik jos dvidešimtąją dalį. Tokie diferenciniai skrysčiai labai dažnai vartojami įvairiuose kibykluose (mechanizmuose).

45 §. Suktuvas, begalinis diržas, krumpliaratis.

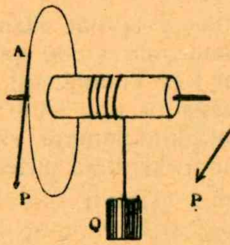
Svirties principu remiasi dažnai vartojami kibykluose suktuvas, begalinis diržas ir krumpliaratis.

Suktuvas sudaro gulstiną veleną, ant kurio užmautas didesnio skersmens ratas. Ant veleno užvyniotas lynas, ant kurio galo kaba našta. Jėga veikia rato periferiją. Sukant ratą į vieną ar į antrą pusę, našta kils augštyn arba slinks žemyn. Iš 74 ir 75 piešinių aišku, kad suktuvas yra pirmosios rūšies svirties pritaikinimas. Naštos Q prid. tašką mes galime perkelti į rato plokštį nemainydami pusiausvyros, nes tokio perkėlimo darbas yra lygus nuliui (nes čia jėgos prid. taško perkėlimas sudaro tiesųjį kampą su veikiančios jėgos linkme). Sujungę veleno centrą spinduliais r ir R su prid. taškais naštos Q ir jėgos P (taškais B ir A), mes turėsime pirmos rūšies svirtį. Taigi pusiausvyrai P . R = Q . r, iš čia $P = \frac{Q \cdot r}{R}$. Santykis $\frac{r}{R}$ rodo, kad jėga P, reikalinga naštai Q atsvert, bus juo mažesnė, juo didesnis bus rato skersmuo palyginti su veleno skersmenim. Gulstiną veleną mūsų krašte, Lietuvoje, kaip ir kitur, labai dažnai vartoja semti vandeniui iš šulinio. Jeigu vartojamas statinis velenas, o ratas sukasi gulstinoj plokštyje, tai mes turime kabestaną, kuriuo naudojamasi traukti kroviniams gulstinai, pav., sunkiai prikrautoms valtims upėje.

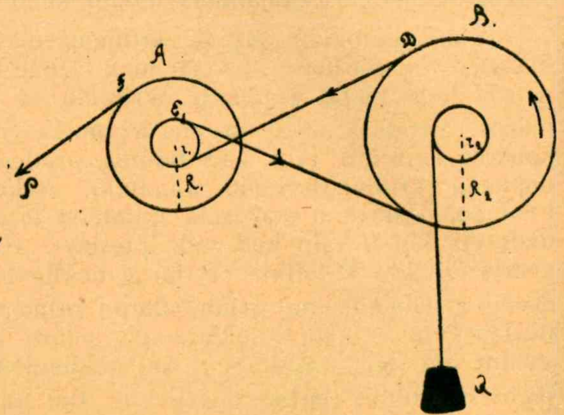
Begalinis diržas susideda iš dviejų striukų (dažnai dviejų ratų pavidalo) suktuvų A ir B (76 pieš.). Našta Q veikia veleno suktuvą B. Per ratą B ir antrojo suktuvo A veleną permestas diržas arba juosta taip, kad susidaro uždaryta kilpa. Pažy-



Pieš 74



Pieš. 75

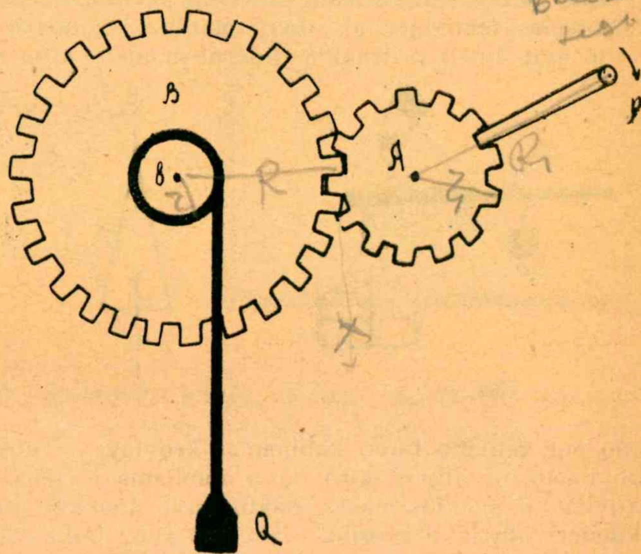


Pieš. 76

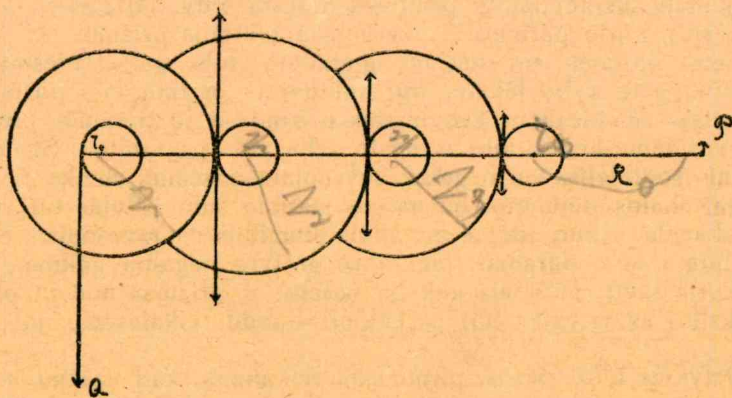
mėsime veleno ir rato B spindulius raidėmis r_2 ir R_2 ir veleno bei rato A — raidėmis r_1 ir R_1. Našta Q stengiasi sukti veleną ir ratą B iš dešinės į kairiąją pusę. Jėga Q galima pakeisti mažesne jėga x, kuri veikia liečiamosios linijos DE linkme, vadinasi, išilgai begalinio diržo linijos. Apskaityti jėgai x pasinaudosime svirties pusiausvyros lygtimi: $R_2 . x = Q . r_2$; iš čia $x = Q . \frac{r_2}{R_2}$. Jėgos x prid. tašką mes galime perkelti išilgai diržo linijos iš taško D į E arba net E_1, nemainydami visiškai jėgos x veikimo, nes ta jėga apsireiškia tam tikru diržo įtempimu, kuris yra vienodas visoms diržo dalims. Atsverti šitai jėgai x reikia pridėti prie rato A periferijos taške F arba kitame kuriame taške jėga P, atkreipta į priešingąją pusę. Sujungę veleno A centrą su jėgos x prid. tašku E_1 ir su jėgos P prid. tašku F, mes turėsime pirmosios rūšies svirtį, kurios pusiausvyrai $P . R_1 = x . r_1 = Q . \frac{r_2 \cdot r_1}{R_2}$. Iš čia $P = Q . \frac{r_2 \cdot r_1}{R_2 \cdot R_1}$. Taigi aišku, kad parinkus tinkamus skersmenis velenams ir ratams A ir B, galima labai maža jėga P atsverti didelė našta Q, bet jėgos pridedamasai taškas turės atlikti ilgą kelią, kad našta Q šiek tiek pakiltų augštyn. Todel dažniausiai begalinis diržas vartojamas ne tiek kroviniams pakelti, kiek perduoti judėjimui kaipo transmisija, nes kiek sykių rato B skersmuo arba spindulys R_2 bus didesnis už veleno A skersmenį arba spindulį r_1, tiek sykių velenas A ir, vadinasi, ratas A suksis greičiau negu ratas B. Bet transmisija begalinio diržo arba begalinės juostos pavidalu reikalinga palyginti daugelio vietos. Todel parankiau naudotis krumpliaračiais kaipo transmisija. Aprūpinę ratą B ant periferijos krumpliais arba dantimis, taipogi veleną rato A, ir sujungę ratą B su velenu A taip, kad vieno krumpliai įeitų į antrojo tarpkrumplius, mes turėsime prietaisą, vadinimą krumpliaračiu (žiūr. 77 pieš.). Ratas B vadinasi didysis krumpliuotasai ratas (krumpliaratis), velenas A vadinasi šeštarnė. Veleno ratą B veikia našta Q. Ji stengiasi sukti tą ratą iš kairėsės į dešiniąją pusę. Taigi kontakte (susidūrime) rato B ir veleno A tarp jų krumplių veikia jėga x, kuri stengiasi sukti šeštarnę A ir ratą A iš dešinės į kairę. Iš pieši-

nio aišku, kad mes čia turime vėl svirties principą, ir todel jėga $x = Q \cdot \frac{r}{R}$. (R ir r spindulys krumpliaračio ir jo veleno). Šitai jėgai x atsverti ant periferijos rato A taške E pridėsime jėgą P (77 pieš.). Sujungę centrą šeštarnės A su pridedamasiais taškais jėgų x ir P, mes turėsime laužtą pirmosios rūšies svirtį. Taigi $P \cdot R_1 = x \cdot r_1$, ($r_1$ šeštarnės spindulys, o $R_1 = AP$), arba $P = x \cdot \frac{r_1}{R_1} = Q \cdot \frac{r \cdot r_1}{R \cdot R_1}$. Santykis $\frac{r_1}{R}$ yra šeštarnės ir didžiojo krumpliuočio rato B apskritimų santykis, kurį mes galime pamainyti krumplių skaičių santykiais $\frac{z}{Z}$, nes juo didesnis bus rato apskritimas, juo daugiau bus ant jo krumplių. Taigi esant tam tikram santykiui tarp apskritimų veleno rato B ir rato A $\left(\frac{r}{R_1}\right)$, mes galime pasakyti, kad jėga $P = Q \cdot \frac{z}{Z} \cdot \frac{r}{R_1}$.

Atbulai, naudojantis krumpliaračiu judėjimui perduoti, tai aišku, kad ratui B apsisukus vieną sykį, šeštarnė A ir, vadinasi, ratas A apsisuks tiek sykių, kiek rato B krumplių skaičius yra didesnis negu šestarnės A krumplių skaičius. Pav., laikrodžio valandų, minučių ir sekundų rodiklėliai pavaromi judėti nevienodo greitumo. Iš jų užvis lėčiau sukasi valandų rodiklėlis ir užvis greičiau sekundų rodiklėlis, kas pasiekiama su krumpliaračių kombinacija. Tas pats principas vartojamas įvairios rūšies skaitikliuose, kaip antai, elektros energijos skaitiklis, dujų skaitiklis ir t.t., kur, sakysime, vienas rodiklėlis paduoda kilovat-valandų skaičių, kitas dešimtąsias kilovat-valan-



Pieš. 77



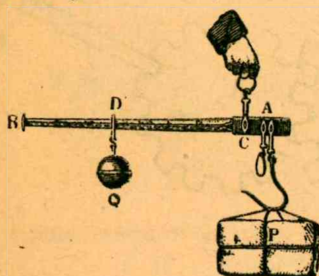
Pieš. 78

dų dalis, trečias šimtines dalis ir t.t. Juo daugiau mes sujungsime krumpliaračių su šeštarnėmis, juo didesnis gali būt efektas. Sujungimas aiškus iš 78 piešinio, kur sujungti trys krumpliaračiai su trimis šeštarnėmis, ir kur jėgai P mes turime reiškinį

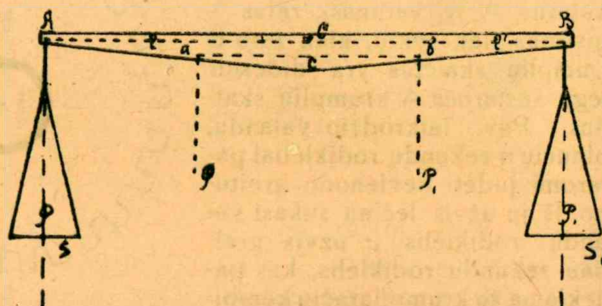
$Q \cdot \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot r_0}{Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_3 \cdot R_0}$ (z_1, z_2 ir z_3 šeštarnių krumplių skaičiai, Z_1, Z_2 ir Z_3 krumliuotų didžračių krumplių skaičiai, r_0 spindulys veleno, kurį veikia našta, o R_0 spindulys rato, kurį veikia jėga P).

46 §. Svarstyklės.

Svirties principas nuo seniausių laikų yra padėtas į pagrindą lyginti kūnų masėms, išeinant iš proporcingumo tarp svorio ir masės. Senųjų graikų ir Romoje buvo vartojamas tam tikslui bezmėnas. Romos bezmėnas yra pirmos rūšies svirtis su nelygiais pečiais (žiūr. 79 pieš.). Paramos taškas C arba svyruojamoji ašis sujungta, su tam tikra kilpa, už kurios galima turėti bezmėnas. Striukesnįjį galą veikia našta P, o ilgesnį kilnojamasai svoris Q, kuris stumiamas į vieną ar į antrą pusę, kolaik bus pasiekta pusiausvyra. Išeinant iš svirties pusiausvyros dėsnio, ant ilgesnio peties įbrėžti skaičiai, kurie ir rodo svorį. Lietuvos bezmėnas, kuris buvo vartojamas senovėje, tai buvo medinis cilinderis nedidelio skersmens, ant kurio vieno galo buvo pritraukta didesnė medžio arba metalo masė (buožė), o ant kito



Pieš. 79



Pieš. 80

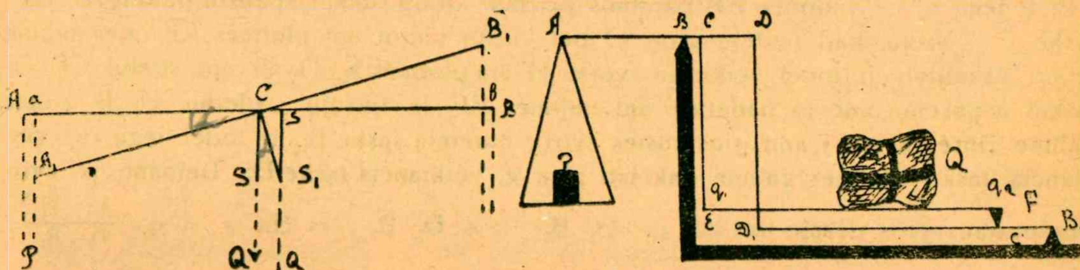
galo ant kablelio buvo kabinamas krovinys. Svirties paramos taškas buvo pavidalu kilnojamosios kilpos, kuri buvo stumiama į vieną ar į antrą pusę tarp pakabinto krovinio ir sunkios masės, pakol buvo atsiekta pusiausvyra. Įbrėžti ant cilinderio skaičiai rodydavo svorius. Bet nuo senų laikų vartojamos ir svarstyklės, pavidalu svirties lygiais pečiais, kurios galutinai įsivyravo ir praktikos gyvenime ir mokslo srityje nuo 17 šimtmečio pabaigos. Tokios svarstyklės šiandien yra vienas iš svarbiausių matuojamųjų (séikėjamųjų) prietaisų mokslo srity (80 pieš.). Jos susideda iš naščių (arba nėšių), kurie paremti ir svyruoja ant kietos prizmos C briaunos. Prizma guli ant kietos plotmės ant statinio metalinio šulo galo (piešinyje neparodyto). Ant abiejų naščių galų kybo lėkštės irgi ant dviejų prizmų, bet pastatytų aštriomis briaunomis augštyn. Sunkiesiems kroviniams prizmos ir jų paramós plokštys imamos iš plieno, lengvesniems kroviniams iš agato arba net iš granito. Su naščių viduriu sujungtas statinis rodiklėlis, kurio galas, svyruojant naščiam, slenka į vieną ar į antrąją pusę išilgai skalos, sujungtos su naščių statiniu šulu. Šulas turi per vidurį išgriežtą statinį kanalą, į kurį įdėtas metalinis stumiklis su ramsčiais. Kad be reikalo prizmos nesitrintų į savo paramas, tam tikro aretyro pagalba galima pakelti stumiklis augštyn, kuris savo ramsčiais nukelia naščius ir prizmas nuo jų plotmių.

Geros tikslios svarstyklės turi patenkinti šiuodu reikalavimu: jos turi būt tikros ir jautrios.

Kad svarstyklės būtų tikros, pirmiausia reikalinga, kad naščiai ir lėkštės būtų pastovios pusiausvyros, vadinasi, reikia, kad bendras svarumo, arba masės, centras būtų žemiau naščių paramos lygumos; 2) atokumai tarp vidurinės prizmos briaunos (ant kurios svyruoja naščiai) ir kraštutinių prizmų briaunų (ant kurių kybo lėkštės) turi būt lygūs; 3) visų trijų prizmų briaunos turi būt vienoj plokštyje, viena kitai lygiagretės ir taip, kad bendra liečiamoji jų linija būtų gulstina. Neištesėjus šitos są-

lygos, naščiams svyruojant, gulstini atokumai tarp prizmų bus nelygūs ir, vadinasi, svirties pečių lygybė bus panaikinta; 4) naščiai turi būt iš kietos medžiagos, kad jie kuo mažiausiai būtų deformuojami, veikiant svoriams jų galus; 5) lėkštės ir peties bendras sukamasai momentas iš vienos pusės turi būti lygus bendram sukamajam momentui iš antrosios pusės.

Bet svarstyklių tikslumui dar maža, jeigu jos yra tiktai tikros. Reikia, kad svarstyklės būtų dar jautrios, vadinasi, kad nuo mažiausio pasvarėlio naščiai išeitų iš pusiausvyros gulstinos padėties. Tegu mes turime tikras svarstykles A B (81 pieš.). Tad mes galime skaityti, išeidami iš to, kas anksčiau apie svarstyklių tikrumo sąlygas pasakyta, kad visa naščių ir lėkščių masė sukoncentruota taške S, kuris yra svarstyklių masės, arba svarumo, centras. Šitame taške veikia jėga Q, kuri yra lygi naščių ir lėkščių svoriui. Pridėsime dabar prie galo A naščių peties AC mažą jėgą p (kitaip sakant, uždėsime ant kairės lėkštės mažą pasvarėlį), tad naščiai išeis iš savo normalinės gulstinos padėties ACB ir atsidurs naujoj pusiausvyros padėty A_1 G_1 B_1. Pažymėsime naščių vidurinės linijos atsilenkimo kampą ACA_1 raide α. Naujoj lėkščių ir naščių padėty jų bendras masės centras irgi užims naują padėtį,



Pieš. 81

Pieš. 82

pereidamas iš taško S į tašką S_1, bet atokumas masės centro nuo naščių paramos taško (linija CS_1) bus toks pat kaip CS normingoj gulstinoj naščių padėty. Kampas gi SCS_1 bus lygus α, naščių atsilenkimo kampui. Naujoj naščių pusiausvyros padėty mes turėsime laužtą svirtį A_1 CS_1, kurią taškuose A_1 ir S_1 veikia dvi statinės jėgos p ir Q. Naščių pusiausvyrai tų dviejų jėgų momentai turi būti lygūs, vadinasi, $p \,.\, Ca = Q.\, Cs$. Iš čia išeina $\frac{p}{Q} = \frac{Cs}{Ca}$. Bet $Cs = CS_1 \cdot \sin\alpha$ ir $Ca = CA_1 \cdot \cos\alpha$. Taigi $\frac{p}{Q} = \frac{CS_1}{CA_1} \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{CS_1}{CA_1} \cdot \mathrm{tang}\alpha$, arba mažiems kampams $\frac{p}{Q} = \frac{CS_1}{CA_1} \cdot \alpha$. CS_1 yra atokumas svarstyklių masės centro nuo paramos linijos. Pažymėsime jį raide a. CA_1 yra naščių peties ilgis; pažymėsime jį raide l. Tad mes turėsime $\frac{p}{Q} = \frac{a}{l} \cdot \alpha$. Iš čia $\frac{\alpha}{p} = \frac{l}{Q\,a}$. Paskutinė lygtis nustato svarstyklių jautrumo sąlygas. Jautrumas matuojamas dydžiu $\frac{\alpha}{p}$, vadinasi, yra ne kas kita, kaip naščių vidurinės linijos atsilenkimo kampas, padėjus ant lėkštės kokį nors mažą svorio vienetą, pav., viena miligramą. Taigi šitas dydis yra:

1) tiesiai proporcingas peties ilgiui (kitaip sakant naščių ilgiui) ir

2) atvirkščiai proporcingas naščių svoriui ir, be to dar, statiniam atokumui masės centro nuo naščių paramos linijos.

Tarp pirmosios ir antrosios sąlygos yra prieštaravimo. Svarstyklės bus juo jautresnės, juo naščiai bus ilgesni. Bet tada ir naščių svoris bus didesnis, o svarstyklių jautrumas bus juo menkesnis, juo naščių svoris didesnis. Taigi praktikoje, konstruojant svarstykles, derinama tos prieštaraujančios viena antrai sąlygos taip, kad paprastai imami naščiai striukais pečiais, bet ištempto rombo arba pusrombio

pavidalo išpjovus iš jo kuo daugiausia medžiagos (žodžiu sakant, imama tuščias vidury rombas), nes tuo būdu mažinamas naščių svoris. Be to, svarstyklės turi būti taip įtaisytos, kad jų masės centras būtų kuo arčiausiai nuo paramos linijos. Tokios svarstyklės bus pakankamai jautrios, ir turės dar tą patogumą, kad jų svyruojamasai periodas bus trumpas (del striukesnių pečių), ir todel pasverti kokiam nors daiktui nereikės sugaišti daug laiko.

Aprašyme dar čia decimalines, arba dešimtines, svarstykles, vartojamas didelėms masėms palyginti praktikos gyvenime. Tokių svarstyklių schemą duoda 82 pieš. Jos susideda iš dviejų kilnojamųjų plotmių D_1 B_1 ir EF, kurios sujungtos su naščiais ABD stiebais DD_1 ir CE. Šitų stiebų galai D_1 ir E judamai sujungti su atatinkomom plotmėm. Ant naščių galo A kaba lėkštė S, plotmė D_1 B_1 taške B_1 remiasi prizmos briauna ant gulstinos svarstyklių lentos, o plotmė EF remiasi ant plotmės D_1 B_1 irgi prizmos briauna. Krovinys Q dedamas ant plotmės EF. Žiūrėdami į svorį Q kaipo į statinai veikiančią jėgą, išskaidysime ją į dvi lygiagretes jėgas q_1 ir q_2 taip, kad $Q = q_1 + q_2$, ir taip, kad jėga q_1 veiktų galą E stiebo CE, o jėga q_2 — plotmės EF paramos prizmą, kitaip sakant, spaustų plotmę D_1 B_1 taške C_1. Aišku, kad padėję svorį Q bet kurioj vietoj ant plotmės EF, mes galime šitaip išskaidyti, ir todel veikimas svorio Q ant plotmės B_1 D_1 ir ant stiebo CE visiškai nepareina nuo jo padėties ant plotmės EF. Iš tikrųjų, į plotmę D_1 B_1 mes galime žiūrėt kaipo į antrosios rūšies svirtį, paremtą taške B_1, ir todel jėgą q_2, veikiančią taške C_1 mes galime pakeisti jėga **x**, veikiančia taške D_1. Išeinant iš svirties pusiausvyros dėsnio turi būt $q_2 \cdot C_1B_1 = x \cdot D_1B_1$; iš čia $x = q_2 \cdot \frac{C_1B_1}{D_1B_1}$.

Tegu atkarpa C_1 B_1 sudaro $\frac{1}{n}$ linijos D_1 B_1, tada mes turime $x = \frac{q_2}{n}$. Tuo būdu ant galo D_1 stiebo D_1 D mes turėsime jėgą $\frac{q_2}{n}$, kuri kaip reikiant atstoja jėgos q_2 veikimą taške C_1.

Bet naščių ABCD striukasai petis BCD sudaro irgi antrosios rūšies svirtį su paramos tašku B. Taigi jėgą $\frac{q_2}{n}$, veikiančią stiebą DD_1, mes galime pavaduoti kita jėga y, veikiančia stiebą CE, išeidami iš svirties pusiausvyros dėsnio.

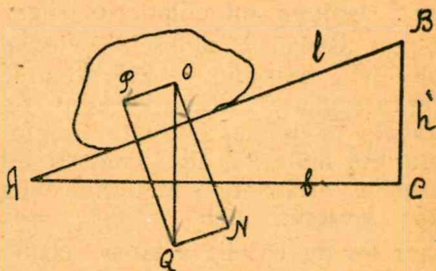
$$\frac{q_2}{n} . BD = y. BC; \; y = \frac{q_2}{n} . \frac{BD}{BC}.$$

Tegu BC irgi sudaro $\frac{1}{n}$ BD, tad y yra lygus q_2. Taigi ir išeina, kad galą E stiebo CE veikia jėga $q_1 + q_2 = Q$, nepaisant to, kurioj plotmės EF vietoj guli svoris Q. Jeigu naščiai ABCD sutaisyti taip, kad BC sudaro $\frac{1}{10}$ AB, tad svoriu, kuris yra lygus $\frac{Q}{10}$, uždėtu ant lėkštės S, mes galime atsverti svorį Q, ir tada svarstyklės vadinamos decimalinėmis. Paėmę santykį $\frac{AB}{BC} = 100$, mes turėtume centezimalines (šimtines) svarstykles, nes tada galėtume atsverti svorį Q jo $\frac{1}{100}$ dalimi.

47 §. Nuožulni plokštuma, sraigtas ir vagis (pleištas).

Norėdami pakelti ant augšto sunkią naštą (arba gražiai nuleisti ją nuo augšto), naudojamės nuožulniai pastatytomis lentomis. Tokia kombinacija fizikoj vadinasi nuožulnia plokštuma. Išilgai statiniame skrodyje tokia kombinacija duoda stačiakampį trikampį ACB (žiūr. 83 pieš.), kurio pagalba mes ir nustatysime santykius tarp pasipriešinimo Q ir jėgos p, reikalingos tam pasipriešinimui atsverti.

Statinė linija BC = h vadinasi nuožulnios plokštumos augštinė, nuožulni linija AB = l plokštumos ilgis ir gulstina linija AC = b plokštumos pagrindas. Jeigu ant lentos AB mes padėsime kokį nors kūną svorio Q, tai jis čiauš žemyn įtakoje jėgos, veikiančios lygiagrečiai plokštumos ilgiui l. Pusiausvyrai reikia pridėti tokia pat jėga, bet atkreipta į priešingąją pusę. Surasti šitai jėgai, išskaidysime (kūno svorį) jėgą Q, kuri statinai veikia kūną taške O (masės centre), į dvi jėgi statmenai AB ir lygiagrečiai AB. Statmenoji komponenta ON, kompensuojasi plokštumos pasipriešinimu, ir todel kūnas čiaužia tik įtakoje jėgos op = p, veikiančios lygiagrečiai



Pieš. 83

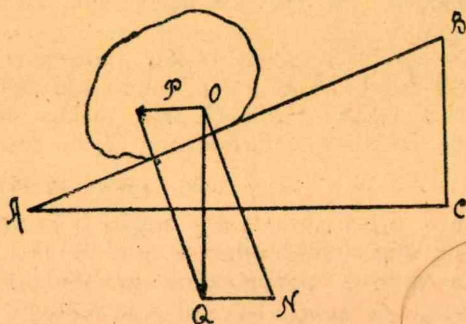
plokštumos ilgiui. Iš trikampių ACB ir QPO panašumo seka: $\frac{p}{Q} = \frac{h}{l}$; iš čia $p = Q \cdot \frac{h}{l}$. Taigi ir čia mes turime priemonę, kurios pagalba didelę jėgą galime atsverti maža jėga. Pav., tegu plokštumos augštinė bus 10 m., josios ilgis 20 m. ir kūno svoris vienas centneris, tai puse centnerio mes galėsime jį atsverti. Jeigu mes išilgai plokštumos pridėsime mažesnę jėgą į priešingą komponentos p veikimo pusę negu pusę centnerio, tai kūnas čiauš žemyn; pridėjus didesnę jėgą, kūnas čiauš augštyn.

Nuslinkus kūnui nuo B iki A, jėgos p pridedamasai taškas pasistums per atokumą l. Taigi jėgos atliktas darbas bus p . l. Tuo pačiu laiku krovinio masės centras nuslinks žemyn nuo B iki C, kitaip sakant, jėgos Q prid. taškas atliks kelią h, lygų plokštumos augščiui. Taigi jėgos Q atliktas darbas bus Q. h. Einant energijos sulaikymo dėsniu $p.\ l = Q.\ h$ ir iš čia $p = Q\ \frac{h}{l}$, tas pats santykis kaip pirma nurodyta. Pažymėję smailųjį kampą prieš plokštumos augštį h raide α, mes turime $h = l.\ \sin\alpha$. Taigi jėga $p = Q.\ \sin\alpha$. Sliduodamas nuo B iki A kūnas įgys greitumo $v = \sqrt{2.l.g_1}$, jeigu mes raide g_1 pažymėsime greitėjimą, kurį suteikia jėga p, slenkant kūnui išilgai plokštumos ilgio. Bet antruoju Newton'o dėsniu $\frac{p}{Q} = \frac{g_1}{g}$. Iš čia $g_1 = \frac{p}{Q} \cdot g = g \cdot \frac{h}{l} = g\ .\ \sin\alpha$. Taigi $v = \sqrt{2.l.g.\frac{h}{l}} = \sqrt{2.g.h}$. Vadinasi, kūnas, nuslinkęs išilgai plokštumos ilgio žemyn nuo tam tikro augšto įgys tokį pat greitumą kaip nukritęs stačiai žemyn nuo to paties augšto h. Iš čia išeina, kad, jeigu mes turėsime eilę nuožulnių plokštumų, kurios sudaro su akiračiu įvairius kampus, bet kurių augštis yra tas pats, tai kūnai, kurie slenka tomis plokštimis žemyn iki akiračio, prislinkę akiratį, įgys tą patį greitumą ir, vadinasi, tą pačią kinetinę energiją. Nepaisant to, kad greitėjimas kūno bus juo didesnis, juo didesnį kampą sudarys plokštuma su akiračiu. Daugiausia greitėjimo bus tada, kada tas kampas darosi 90^0, kitaip kalbant, kada kūnai krinta stačiai žemyn.

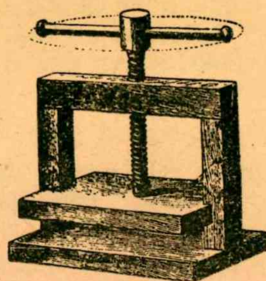
Anksčiau jau buvo minėta, kad Galiliejus nustatė laisvo puolimo dėsnius, patikrindamas juos nuožulnia plokštuma. Aišku, kad mažinant nuožulnios plokštumos kampą galima tiek sumažint kūno slinkimo greitėjimas, jog nesunku bus sekti to kūno judėjimas, turint net ir netobūlų laiko matuojamų priemonių.

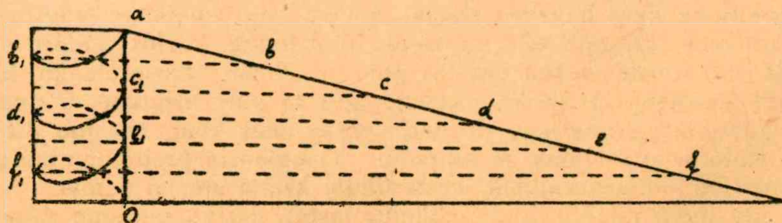
84 piešinys rodo dar, kaip kitaip vartojama nuožulni plokštuma. Jėga svoris Q galima išskaidyti į dvi komponenti: viena statmenai plokštumos ilgiui, kuri bus sunaikinta plokštumos pasipriešinimu, ir antra — lygiagrečiai plokštumos pagrindui AC = b. Trikampiai ACB ir OQN bus panašūs ir iš jų panašumo išeina $\frac{p}{Q} = \frac{h}{b}$; iš čia $p = Q\ .\ \frac{h}{b}$, arba $p = Q\ .\ \tan g\alpha$. Šitaip vartojama nuožulni plokštuma sudaro sraigto veikimo pagrindą. Išpjovę iš popieriaus stačiakampį trikampį a o f (žiūr. 85 pieš.), pridėsime tą trikampį statiniu (katetu) a o prie cilinderio sudaromosios linijos ao ir apvyniosime jį apie cilinderį. Tada įžambinė (hipotenūza) a f sudarys ant cilin-

derio paviršiaus suktą vingių liniją $ab_1\ c_1\ d_1\ e_1\ f_1\ o$. Iš piešinio aišku, kad atokumai tarp vingių ab_1, c_1d_1, e_1f_1 ir t.t. bus lygūs trikampio ac_1c augščiui, arba statiniui ac_1. Išpjovę ant cilinderio išilgai vingio lovelį mes turėsime sraigtą. Sraigtas gali būt ir aštriais ir plokščiais vingiais. Pirmuoju atveju vingių skrodis turi trikampio pavidalą, antruoju — keturkampio. Sraigtu galima naudotis tik sujungus jį su mūterka (įmaute). Mūterka kaip ir sraigtas yra cilinderis su viduriniu kanalu, kur ant kanalo paviršiaus išdrožta sraigto vingių linija, taip kad sraigto rinčiai (išsigaubimai) atatiktų mūterkos loveliams ir atbulai. Padėjus ant sraigto galvelės krovinį, jeigu sraigtas nesitrintų į mūterkos vingius, tad jis suktųsi ir našta slūgtų žemyn. Apsisukus sraigtui vienu vingiu arba ilgiu, kuris yra lygus trikampio ac_1c pagrindui (nes tie du ilgiai čia labai mažai tesiskiria), sraigto galas, vadinasi, ir našta nusės žemyn per ilgį, kuris yra lygus minėtojo trikampio statiniui ac_1, arba dviejų sraigto vingių atokumui, kuris vadinamas sraigto eigos augščiu. Sukant sraigtą į priešingą pusę, sraigto galas ir, vadinas, našta kils augštyn. Taigi norint atsverti naštą, prie sraigto galvelės periferijos reikia pridėti tangentinė jėga, atkreipta prieš tą jėgą, kuri veikia irgi tangentiškai sraigto galvelės periferiją del statinio naštos spaudimo priežasties. Pažymėsime naštos svorį-jėgą raide Q, o šitą tangentinę jėgą raide d,



Pieš. 84


Pieš. 86



Pieš. 85

sraigto galvelės apskritimą raide b (b = trikampio pagrindo ilgiui) ir sraigto eigos augštį raide h (h = trikampio augščiui). Apsisukus sraigtui vieną sykį, jėga p atliks darbą p . b, nes jos prid. taškas pasistums atokumo b. Jėga Q atliks darbą Q . h, nes jos prid. taškas nuslinks žemyn arba pakils augštyn per h ilgio vienetų. Energijos sulaikymo dėsniu $p \cdot b = Q \cdot h$, ir iš čia $p = Q \cdot \frac{h}{b}$. Tegu sraigto apskritimas bus lygus 20 cm., o sraigto eigos augštis 1 cm., tad svorį Q, veikiantį stačiai žemyn, mes galime sustabdyti jėga $Q \cdot \frac{h}{b} = \frac{1}{20}$ Q pridėta tangentiškai prie sraigto galvelės periferijos. Jeigu šitos galvelės spindulį mes paimsime didesnį už sraigto cilinderio spindulį, pav., 5 sykius didesnį, tada mes turėsime kombinaciją sraigto ir suktuvo, kuri mus įgalina penkeria tiek laimėti jėgos atžvilgiu, ir tada mes galėsime atsverti

svorį Q jėga $\frac{Q}{20 \cdot 5} = \frac{Q}{100}$, pridėta tangentiškai prie suktuvo periferijos (vadinasi, toną mes galime atsverti 10-timi kilogramų).

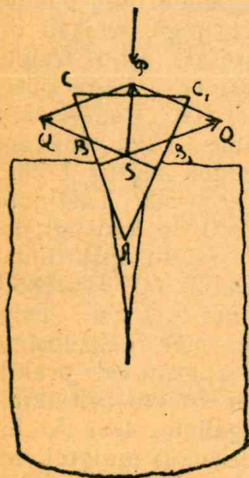
Jeigu, viena vertus, galima naudotis sraigtu, kad maža jėga galima būtų pakelti sunki našta, tai, antra vertus, sraigtu galima naudotis, norint maža jėga išreikšti didelį spaudimą. Toksai sraigto pritaikinimas vadinasi sraigto presas, arbo sraigto spaustuvai (žiūr. 86 pieš.). Sukant sraigtą už rankenos L iš dešinės į kairę pusę, sraigto galas leisis žemyn ir varys žemyn keturkampį (iš geležies) KK. Padėję tarp keturkampių KK ir GG kokį nors kūną, mes jį tuo būdu spausime. Tegu rankenos ilgis bus 30 cm., sraigto cilinderio spindulys 5 cm., o sraigto eigos augštis 1 cm., tad pridėjus jėgą 10 kg. prie rankenos, jos momentas bus $10 \cdot 30 = 300$. Taigi momentas jėgos, veikiančios tangentiškai sraigto periferiją bus irgi 300, o kadangi petis tos jėgos yra lygus 5 cm., tai pati jėga bus lygi 60-tims kg. Sraigto apskritimas šiuo atveju bus 31 cm., vadinasi, tangentinės jėgos atliktas darbas bus $60 \cdot 31 = 1860$. Tas darbas turi būt lygus jėgai Q, veikiančiai statinai, padaugintai iš 1 cm. Taigi tokia kombinacija, su jėga 10 kg., veikiančia rankenos L galą, mes realizuosime spaudimą tarp keturkampių KK ir GG, lygų 1860 kg. Sraigtiniai spaustuvai praktikos gyvenime plačiai ir įvairiai pritaikinami. Paminėsime čia dar sraigto pritaikinimą judėjimui perduoti kaipo transmisija pavidalu vadinamojo begalinio, arba Archimedo, sraigto. Tai yra kombinacija sraigto su krumpliaračiu. Apsisukus sraigtui vieną sykį, krumpliaratis pasisuks viena ar kita prasme per vieną savo krumplį. Jeigu krumpliaratis turi 100 krumplių, tai sraigtas apsisuks 100 sykių, kad apsuktų krumpliaratį vieną sykį, ir atbulai. Taigi tokia kombinacija (junginys) duoda galimumo sumažint arba padidint judėjimo greitumą. Ji vartojama įvairiuose skaitikliuose, ypač tachimetruose apskaityti mašinų dalių greitumui, vežimo greitumui ir t.t.

Sraigtas gali būt nejudamas, taip kad sukamas jis neslenka nei žemyn nei augštyn, bet tokiais atvejais mūterka pritaikinama taip, kad ji galėtų slinkti augštyn arba žemyn. Jeigu mūterka nejudama, tai sraigtas pritaikinamas judamai. Jeigu įdėsime sraigtą dideliu eigos augščiu ir dideliu apskritimu nejudamai į dėžę ir į šitą dėžę pripilsime grūdų, miltų ar šiaip jau biralų ar kokio nors skystimo, tai sraigtas, sukamas, taip sakant, pats padarys sau mūterką, ir kadangi jis nejudamas, tai ta mūterka slinks, biralai arba skystimas bus varomi augštyn ar žemyn. Apie pritaikinimą sraigto mažu eigos augščiu mikrometrinio sraigto pavidalu nežymiems ilgiams matuoti pasakyta jau anksčiau (žiūr. 5 ir 6 pieš., 9 pusl.).

Nuožulni plokštuma dar pritaikinama įvairiuose kibykluose vagio (kylio, arba pleiško) pavidalu (žiūr. 87 pieš.). Vagis tai yra trikampė prizma, kurios du šonai Ac ir Ac_1 sudaro mažą kampą ir yra ilgesni negu šonas cc_1. Skrodyje tokia prizma duoda trikampį CAC_1. Tokia prizma galima išreikšti didelis spaudimas ir suskaldyti medis arba pakelti sunki našta. Skustuvas, peilis, kirvis, kaltas, vinis ir t, t., yra ne kas kita, kaip vagis. 87 pieš. rodo vagio veikimą, skaldant storą medį. Smogdami plaktuku į pagrindą CC_1, mes varome vagį gilyn. Medžio pasipriešinimas reiškiasi dviem lygiom jėgom Q ir Q, veikiančiom statmenai į vagio šonus AC ir AC_1. Ištiesę jėgų Q linijas iki susikirtimo S, atrėžiame nuo taško S ant tų jėgų linijų tąsos atkarpas SB ir SB_1, lygias jėgai Q, ir papildome jas iki lygiagretainio. Šito lygiagretainio (čionai rombo) SP įstrižainė bus atstojamoji dviejų jėgų Q ir bus atkreipta augštyn, vadinasi, ji varys vagį laukan. Jai atsverti reikia spausti (arba kalti) vagį žemyn jėga, lygia atstojamajai P. Iš trikampių CAC_1 ir PBS panašumo seka $\frac{P}{CC_1} = \frac{Q}{AC}$; iš čia $P = \frac{Q \cdot CC_1}{AC} = Q \cdot \frac{b}{l}$, jeigu mes raide b pažymėsime vagio pagrindo CC_1 ilgį ir raide l vagio šono AC ilgį. Vagiu (ar vágiais) galima pakelti ant plotmės, pastatytos ant ratų, dideli namai, neardant jų, ir tuo būdu perkelti jie iš vienos vietos į kitą vietą, kas dažnai daroma Amerikoj.

Visos mašinos yra ne kas kita, kaip pritaikinimas svirties ir nuožulnios plokštumos principų. Mašinos pusiausvyros sąlygos išeina iš dėsnio: $F \cdot S = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$,

kitaip sakant, iš to, kad ant vieno galo mašinos atliktas darbas visuomet yra lygus kinetinei energijai ant kito galo. Jeigu mašinos dalys nesitrintų, tad vienąsyk paleista mašina veiktų nebesustodama, kaip antai, švytuoklė taip pakabinta, kad ji svyruotų nesitrindama, arba pasuktas smágratis, kuris sukasi nesitrindamas. Sąryšy su šituo nuo seniausių laikų buvo manoma, kad galima įtaisyti mašina, kuri vienąsyk paleista, judėtų nebesustodama ir, vadinasi, būtų kinetinės energijos ištklius, neeikvojant jokio kito pavidalo energijos. Taigi nuo seniausių laikų buvo stengiamasi padirbti tokias mašinas arba įrealinti «perpetuum mobile» (amžinojo judėjimo) idėją. Energijos sulaikymo dėsnis yra ne kas kita, kaip būtina išvada iš nepasisekimo padirbt tokį perpetuum mobile. Suteikta mašinai energija eina ne tik kinetinei energijai kurti, bet ir kitu pavidalu energijai, kaip antai, šilimai, atliekant tam tikrą darbą prieš trinamąsias jėgas. Jeigu turėsime omeny tik trinamąsias jėgas, tai pritaikinant energijos sulaikymo dėsnį, kiekvienai mašinai veikia lygtis: $F \, . \, S = F_1 \cdot S + \frac{1}{2} m \, . \, v^2$. Čia $F_1 \cdot S$ reiškia darbą atliktą prieš trynimosi jėgas, o $\frac{1}{2} m \, . \, v^2$ kinetinę energiją. Taigi šita kinetinė energija visuomet yra mažesnė negu suteikta mašinai darbo $F \, . \, S$ pavidalu energija, ir su tąja kinetine energija mes, apversdami mašinos veikimą, nebeatstatysime darbo $F \, . \, S$, ypač kada dalis tos kinetinės energijos apverčiant procesą bus irgi išnaudota trynimosi jėgoms pergalėti. Anksčiau formuluotas galimų judėjimų, arba galimų darbų, principas, kuriuo, mašinai esant pusiausvyroj, bet koks nedidelis mašinos dalių judėjimas, atatinkąs mašinos konstrukcijai, nenaikina mašinos pusiausvyros, nes algebrinė suma atliktų darbų sąryšy su tokiu judėjimu bus nulis, tai ot tas principas yra ne kas kita, kaip konstatavimas «perpetuum mobile» negalimumo, arba energijos sulaikymo būtinybės. Dar didelis dailininkas ir gamtos mokslo pirmatakas Leonardo da Vinci taikina šitą galimų judėjimų dėsnį svarstant pusiausvyros santykius įvairiems mechanizmams. Kiek vėliau, išeidamas iš negalimumo perpetuum mobile, Stevinas nustato pusiausvyros santykius nuožulniai plokštumai ir mašinoms, kurios padarytos nuožulnios plokštumos principu.



Pieš. 87

IV. Sukimasis ir inercijos momentas.

Jeigu kūnas slenka tiesia linija vienodo greitumo, tai pažymėjus jo masę raide m ir greitumą raide v, jo kinetinė energija bus $\frac{1}{2} m : v^2$. Tokiu atveju mes galime kūną pakeisti tašku, kuriame sukoncentruota visa kūno masė m (masės inercijos, arba svarumo, centras) ir visai šitai masei priskirti tą patį greitumą v. Bet jeigu kūnas sukasi apie kokią nors ašį, tai šitas reiškinys kinetinei energijai nebetinka, nes įvairios kūno dalys turi nevienodą linijinį greitumą: tas linijinis greitumas yra mažesnis tokioms kūno dalims, kurios yra arčiau prie sukimosi ašies, ir didesnis tokioms dalims, kurios randasi toliau nuo sukimosi ašies. Sukantis skrituliui arba smagračiui, tos jų dalys, kurios yra arčiau kraštų, lekia didesnio linijinio greitumo negu tos dalys, kurios yra arčiau ašies, arba centro, bet tų dalių arba dalelių spinduliai vektoriai (linijos, jungiančios sukimosi centrą, arba ašį, su dalelėmis) aprašo per tą patį laiką tą patį kampą α, vadinasi, kampinis visų skritulio arba smagračio dalelių greitumas yra tas pats. Taigi tokiais atvejais mes kalbame apie kampinį kūno greitumą α ir apie kampinį kūno greitėjimą ϑ. Jeigu mes kampus matuosime tokiu kampu, kurio lankas yra lygus spinduliui (toks kampo matuojamas vienetas vadinasi radianas), tai linijinis (arba linijos) greitumas $v = \alpha . r$, ir linijinis greitėjimas $a = \vartheta . r$, nes linijinis greitumas bus lankas, dalelės aprašytas per vieną sekundą.

Pažymėsime skritulio dalelių mases raidėmis $m_1, m_2, m_3, \ldots m_n$ ir tų masių atokumus nuo sukimosi ašies raidėmis $r_1, r_2, r_3, \ldots r_n$, tad tų dalelių linijiniai greitumai bus $\alpha r_1, \alpha r_2, \alpha r_3 \ldots \alpha r_n$ ir jų kinetinės energijos $\frac{1}{2} m_1 \alpha^2 r_1{}^2$, $\frac{1}{2} m_2 \alpha^2 r_2{}^2$, $\frac{1}{2} m_3 \alpha^2 r_3{}^2, \ldots \frac{1}{2} m_n \alpha^2 r^2_n$. Taigi visa kinetinė energija skritulio, kuris sukasi, bus $\frac{1}{2} m_1 \alpha^2 r_1{}^2 + \frac{1}{2} m_2 \alpha^2 r_2{}^2 + \frac{1}{2} m_3 \alpha^2 r_3{}^2 + \ldots + \frac{1}{2} m_n \alpha^2 r^2 n = \Sigma \frac{1}{2} m \alpha^2 r^2$. Reiškinys mr^2 vadinasi fizikoj masės m inercijos momentas ašiai, einančiai per masės centrą, o suma visų mr^2 bus kūno inercijos momentas, kurį visuomet pažymėsime raide I. Taigi kinetinė sukamo kūno energija bus $\frac{1}{2} I\alpha^2$, vadinasi, vietoje masės tokiais atvejais reikia paimt inercijos momentas, vietoje linijinio greitumo kampinis greitumas α, išreikštas radianais.

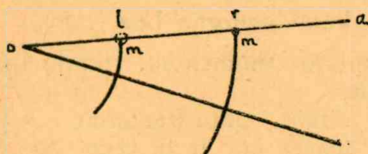
Paaiškinsime dar inercijos momemto prasmę, šiaip samprotaudami. Tegu oa bus stiebas be svorio, kurio taškuose 1 ir r randasi masės m_1 ir m (žiūr. 88 pieš.). Tegu šitas stiebas sukasi apie tašką o kampiniu greitėjimu ϑ. Tad per laiką t masė m, kuri randasi atstu r nuo centro, aprašys lanką $s = \frac{r.\vartheta.}{2} t^2 = \frac{f.}{2m} t^2$ ($r\vartheta$ linijinis greitėjimas, f jėga, kuri veikia masę m, $f = m.r.\vartheta$). Iš čia masė $m = \frac{f}{2s} . t^2$. Masei m_1, kuri randasi už vieno centimetro nuo sukimosi centro o, mes irgi turime $s_1 = \frac{\vartheta}{2} . t^2 = \frac{f_1}{2s_1} . t^2$. Iš čia $m_1 = \frac{f_1}{2s_1} . t^2$. Bet lankas $s = \alpha . r$, lankas $s_1 = \alpha$ (α čia kampinis greitumas). Taigi $\frac{s}{s_1} = r$, arba $s_1 = \frac{s}{r}$. Toliau, kad tarp jėgų f ir f_1 būtų pusiausvyra, tų jėgų momentai $f.r$ ir $f_1 . 1$ turi būt irgi lygūs, vadinasi, f_1 turi būt lygus $f.r$. Iš čia $m_1 = \frac{f_1}{2s_1} . t^2 = \frac{f.r^2}{2s} . t^2$, ir, vadinasi, $\frac{m_1}{m} = r^2$, arba $m_1 = m.r.^2$. Taigi masės m inercijos momentas $m.r^2$ yra ne kas kita, kaip tam tikra masė m_1, kuri vieneto atstu nuo sukimosi centro veikia taip pat, kaip masė m per atokumą r. Taigi sukamo kūno inercijos momentas yra tam tikra masė, sukoncentruota per atokumą vieno centimetro arba, aplamai, vieneto ilgio atstu nuo sukimosi ašies taip, kad tos masės veikimas yra ekvivalentingas kūno masės veikimui. Tegu sukantįsi kūną veikia jėga f per atokumą 1 nuo sukimosi centro arba ašies per laiką t sekundų. Tai tos jėgos suteiktas impulsas bus $f.1.t$. Tas impulsas turi būt lygus judėjimo momentui, kuris, kūnui sukantis, bus lygus sandaugai iš inercijos momento I ir kampinio greitumo α, taigi $I . \alpha$. Bet $\alpha = \vartheta . t$. Taigi mes galime parašyti, kad $I.\vartheta.t = f.1.t$; iš čia $\vartheta = \frac{f.1}{I}$, vadinasi, kampinis sukamo kūno greitėjimas išreiškiamas santykiu tarp veikiančios jėgos sukamojo momento ir inercijos momento (translacijai mes turime a (greitėjimas) $= \frac{f}{m}$; šitas santykis yra specialinis atsitikimas, kada kūnas tik slenka).

Kūno inercijos momentas lygiai kaip ir sukamasai jo momentas turi reikšmės visuomet tam tikrai ašiai. Jeigu ašies padėtis kūne mainosi, tai ir inercijos momentas mainosi. Paprastai inercijos momentas kūnui apskaitomas arba patiriamas ašiai, kuri eina per masės, arba svarumo, centrą. Tegu 89 piešinys atvaizduoja kokio nors kūno kirtimą per jo masės centrą o. Tegu kūno dalelė su mase m randasi r atstu nuo kūno masės centro o, kuriam sukimosi ašis eina statmenai piešinio plokščiai. Tad tos dalelės inercijos momentas bus $m . r^2$. Perkelsime dabar ašį iš svarumo centro o į kitą kūno tašką o_1 atstu r_1 nuo dalelės m. Naujajai ašiai dalelės inercijos momentas bus $m.r_1{}^2$. Pabrėšime iš taško m statmenį ant linijos o o_1 tąsos taške x.

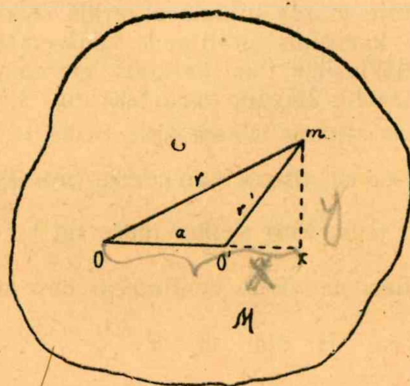
Tegu atokumas tarp abiejų ašių $\overline{ox}$ o_1 bus lygus a, o atokumus ox ir mx pažymėsime raidėmis x ir y. Tad iš trikampio o_1 mx seka:

$$r_1^2 = (x-a)^2 + y^2 = x^2 - 2ax + a^2 + y^2.$$

Bet iš trikampio omx matome, kad $r^2 = x^2 + y^2$. Taigi r_1^2-ui mes turime $r_1^2 = r^2 + a^2 - 2ax$. Vadinasi, masės m inercijos momentas naujai ašiai bus $mr_1^2 = mr^2 + ma^2 - 2amx$. Taip pat samprotuodami mes surasime naujus inercijos momentus naujos sukimosi ašies kitoms kūno dalelėms ir sumuodami tuos visus inercijos momentus gausime reiškinį: $\Sigma mr_1^2 = \Sigma mr^2 + \Sigma ma^2 - 2a\Sigma mx$, reiškinys kūno inercijos momentui naujos ašies atžvilgiu. Bet sandauga $\Sigma mx = 0$, nes tai yra



Pieš. 88



Pieš. 89



Pieš. 90

ne kas kita, kaip algebrinė suma kūno dalelių masių, padaugintų iš jų atokumų nuo masės centro.*) Taigi pažymėję Σm raide M ir Σmr^2 raide I, ir Σmr_1^2 raide I_1, mes turėsime $J_1 = J + Ma^2$, kitaip sakant, naujas inercijos kūno momentas yra lygus kūno inercijos momentui iš atžvilgio į ašį, einančią per svarumo centrą, plius sandauga kūno masės iš ketvirtainio atokumo naujos ašies nuo masės centro (aišku, kad a^2M yra priedinis inercijos momentas). Savaime suprantama, kad šitas dėsnis turi galios tokiai naujai ašiai, kuri eina lygiagrečiai su ašimi, einančia per masės centrą. Aišku taipogi, kad šitas dėsnis galioja ir visoms kitoms ašims, kurios yra to pat atokumo a nuo pirmos ašies ir eina su ja lygiagrečiai.

Taisyklingos lyties homogeniniams kūnams galima apskaityti inercijos momentas, padalijus kūną į nedideles dalis, apskaitant kiekvienai tokiai daliai inercijos momentą ir sumuojant, arba integruojant, kūno dalių inercijos momentus. Tuo būdu, pav., inercijos momentas ilgam, bet laibam, stiebui arba virpsčiai, kuri sukasi apie vieną savo galą, bus $J = \frac{M.L^2}{3}$. Jeigu toksai laibas stiebas sukasi apie statinę arba gulstiną ašį, kuri eina per jo centrą, tai tokiu atveju inercijos momentas $J = \frac{M.L^2}{12}$. (Čia M reiškia kūno masę, o L kūno ilgį). Tiesiakampiui prizminiam stiebui (žiūr. 90 pieš.), kuris sukasi apie statinę arba gulstiną ašį per jo centrą, inercijos momentas $J = \frac{M}{12}(L^2+B^2)$. Čia M turi jau virš paminėtą reikšmę, o L ir B reiškia ilgius stiebo—prizmos briaunų db ir bc nelygiagrečių ašiai. Homogeniniam skrituliui, kuris sukasi apie ašį per jo centrą ir kurio spindulys yra R, inercijos momentas $J = \frac{1}{2}$ M.R². Tokį pat reiškinį inercijos momentui mes turime homogeniniam ci-

*) Žiūrėk masės centro apskaitymą.

linderiui, kuris sukasi apie savo išilginę ašį (M cilinderio masė, R jo spindulys). Pagalios rutulio inercijos momentui galioja $J = {}^2/_5$ M. R^2.

Netaisyklingos sudėtinės lyties kūnams inercijos momentas gali būt surastas bandymo keliu. Apie tai bus pasakyta vėliau.

Taigi dabar mes galime apskaityti kinetinę energiją kūno, kuris tuo pačiu laiku slenka ir sukasi, pav., kinetinę energiją riedančio rutulio, kurio translacijos greitumas v ir kampinis greitumas α. Jo kinetinė energija $K = {}^1/_2\ Mv^2 + {}^1/_2\ J\ .\ \alpha^2 = {}^1/_2\ Mv^2 + {}^1/_2\ .\ {}^2/_5\ M.\ R^2.\ \alpha^2 = {}^1/_2\ M\ .\ v^2 + {}^1/_5\ M.\ v^2$, nes v rutuliui yra lygus $R\alpha$. Taigi kinetinė slenkančio ir riedančio rutulio energija bus 0,7 $M.v^2$. Gavę progos atkreipsime domę į tai, kad greitumas rutulio, riedančio nuožulnia plokštuma, nebus lygus $\sqrt{2gh}$, nes tiktai čiaužd̃ami, arba šliaužd̃ami, nuožulnia plokštuma, kūnai įgyja tokį greitumą. Savaime aišku, kad greitumas riedančių nuožulnia plokštuma kūnų bus mažesnis negu $\sqrt{2gh}$, pav., greitumas riedančio nuožulnia plokštuma homogeninio tuščio cilinderio bus $v = \sqrt{gh}$.

48 §. Fizinė švytuoklė.

Jau anksčiau kalbant apie švytuoklę buvo pasakyta, kad kiekvienas kūnas, kuris svyruoja apie tašką arba ašį, kuri randasi augščiau to kūno masės centro, yra pastovios pusiausvyros padėty ir aplamai vadinamas fizine švytuokle. Į kiekvieną tokio kūno dalelę mes galime žiūrėti kaipo į matematinę švytuoklę, kurios svyruojamajam periodui T turi galios reiškinys $T = 2\pi.\sqrt{\frac{l}{g}}$. Taigi tos kūno dalelės, kurios randasi arčiau ašies arba pakabinimo taško, svyruos greičiau, tos gi dalelės, kurios yra toliau nuo svyruojamosios ašies, svyruos pamažiau. Vadinasi, tokio kūno dalelės svyruos ne laisvai, bet pareis nuo viena kitos, nes arčiau ašies esančios dalelės stengsis pagreitinti svyravimą tokių dalelių, kurios randasi toliau nuo ašies, ir atbulai, toliau nuo ašies esančios dalelės stengsis palėtinti tų dalelių svyravimą, kurios randasi arčiau nuo ašies. Tuo būdu kiekviename kūne mes visuomet surasime tokią dalelę, kuriai augščiau jos esančios dalelės suteiks tokį greitėjimą, kokį palėtinimą suteiks jai žemiau jos esančios dalelės taip, kad tokia dalelė svyruos, taip sakant, visiškai nepriklausydama kitų dalelių ir, vadinasi, sekdama matematinės švytuoklės dėsniais. Josios svyruojamasai periodas bus $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, kur l reiškia nutolimą tos dalelės nuo ašies. Tas kūno taškas, kuriame randasi tokia dalelė, vadinasi kūno svyruojamasai centras, ir visas kūno svyruojamasai periodas yra tas pats kaip to taško svyr. periodas. Tas taškas dar vadinasi smūgio taškas, nes suteikę smūgį per tą tašką, svyruojamosios ašies mes nesuvirpinsime. Iš čia išeina, kad kiekvienai fizinei švytuoklei galima rasti matematinė švytuoklė, kurios svyr. periodas bus lygus viso kūno svyr. periodui, kaip apie tai jau pasakyta matematinės švytuoklės skyriuje.

Atokumas tarp ašies ir svyruojamojo centro vadinasi redukuotas fizinės švytuoklės ilgis.

Jeigu kūnas sukasi, tai jo kampinis greitėjimas $\vartheta = \frac{D}{I}$. Svyruojanti švytuoklė irgi yra kūnas, kuris sukasi, tik aplinkui neapsisuka. Taigi ir svyruojančiajai švytuoklei $\vartheta = \frac{D}{I}$. Tegu matematinės švytuoklės atsilenkiamasai kampas nuo statinės linijos, kuri eina per ašį ir kūno masės centrą, bus mažas ir lygus α, ir atokumas tarp ašies ir masės centro bus l, tada D, sukamasai veikiančios švytuoklę jėgos momentas, bus m. g. l. α (m švytuoklės masė, m . g švytuoklės svoris, veikianti švytuoklę jėga (žiūr. 41 pieš.). Tiksliai suk. momentas bus m. g. DA_1, bet DA_1 yra lygus l . sin α, arba l . α, jeigu kampas α mažas). Tokios švytuoklės inercijos mo-

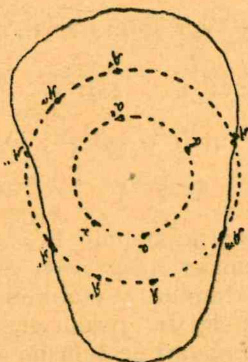
mentas bus m. l^2. Taigi $\vartheta = \frac{m.g.l.\alpha}{m.l^2} = \frac{g.\alpha}{l}$. Jeigu atokumą tarp fizinės švytuoklės ašies ir josios masės centro pažymėsime raide L ir mažą atsilenkiamą tos linijos kampą nuo statinės linijos pažymėsime α, tad sukamasai veikiančios kūną jėgos momentas bus m.g.L.α, ir, vadinasi, kampinis greitėjimas bus $\frac{m.g.L.\alpha}{I}$. Tegu viršminėtosios matematinės švytuoklės ir tokio kūno svyruojamieji periodai, vadinasi, ir kampiniai greitėjimai bus lygūs, tad $\frac{m.g.L.\alpha}{I} = \frac{g.\alpha}{l}$, arba $\frac{m.L}{I} = \frac{1}{l}$, Iš čia $l = \frac{I}{m.L}$, vadinasi, žinodami kūno inercijos momentą, jo masę m ir atokumą tarp ašies bei masės centro L, mes galime apskaityti tokios matematinės švytuoklės ilgį, kurí svyruos taip pat kaip kūnas. Tuo būdu fizinės švytuoklės svyruojamajam periodui mes turėsime $T = 2\pi.\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{gmL}}$. Kitaip sakant, fizinės švytuoklės svyr. periodas yra proporcingas ketvirtainei šakniai iš josios inercijos momento ir atvirkščiai proporcingas ketvirtainei šakniai iš veikiančios ją jėgos sukamojo momento m . g . L . Iš formulos $l = \frac{I}{m.L}$ seka, kad $I = m.l.L$. Taigi, norėdami surasti bet kokio kūno inercijos momentą, mes galime pakabinti šitą kūną ant ašies, einančios per bet kurį tašką augščiau masės centro, surasti atokumą L tarp ašies ir masės centro ir, kūnui svyruojant, nustatyti jo svyruojamąjį periodą, paskui, paėmę siūlą ir svorelį, mėginimo keliu surasti matematinės švytuoklės ilgį l, kuri svyruoja tuo pačiu periodu. Tad kūno inercijos momentas I bus lygus sandaugai iš jo masės ir abiejų ilgių l ir L. Tai yra vienas iš paprasčiausių būdų surasti bet kokio kūno inercijos momentui.

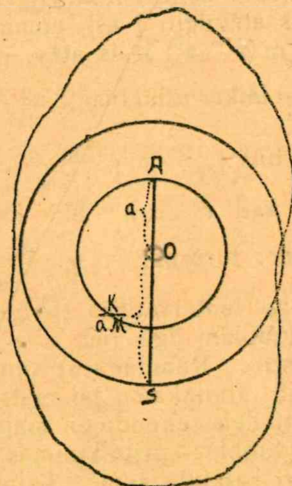
Kitas metodas inercijos momentui surasti yra toks. Tegu bet kurios lyties kūno inercijos momentas bus I. Pakabinsime jį ant siūlo taip, kad to siūlo tąsa eitų per kūno masės centrą, ir suteiksime tam kūnui sukamąjį momentą gulstinoj plokšty (apie statinę ašį, einančią per masės centrą). Kūnas ims svyruoti, ir mes galime nustatyti jo svyr. periodą $t = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}$. D yra siūlo elastingumo jėgų sukamasai momentas. Paimsime dabar nedidelį kūną taisyklingos lyties, pav., stačiakampį striuką ir ploną paralelepipedą, ir sujungsime jį su pažymėtuoju kūnu taip, kad jis svyruotų kartu su tuo kūnu apie savo statinę ašį, einančią per jo centrą, ir vėl nustatysime naują svyr. perijodą t_1. Čia suk. momentas D pasilieka tas pats, bet bus naujas inercijos momentas $I + I_1$ (I_1 reiškia inercijos momentą pridėto taisyklingo kūno, kurį mes galime apskaityti). Todel svyr. periodas $t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I+I_1}{D}}$. Iš čia $\frac{t_1{}^2}{t^2} = \frac{I+I_1}{I}$. Iš čia $I = \frac{I_1{}^2 . t^2}{t_1{}^2 - t^2}$. Savaime aišku, kad šitas metodas duoda galimumo nustatyti ir sukamąjį siūlo elastingumo jėgų momentą D.

49 §. Sujungtos svyruojamosios ašys.

Jeigu kūno inercijos momentas iš atžvilgio į masės centrą (vadinamasai pagrindinis inercijos momentas) bus I, tad to paties kūno momentas I_1 naujai ašiai, a atokumo nuo masės centro, bus $I_1 = I + a^2m$, augščiau nustatytu dėsniu. Taigi redukuotas fizinės švytuoklės ilgis l (arba to paties periodo matematinės švytuoklės ilgis) bus $l = \frac{I + a^2m}{am} = \frac{I}{am} + a$. Įsivaizduokime sau kirtimą per kūno masės centrą O (žiūr. 91 pieš.). Tegu šita ašis eina per tašką a. Jeigu mes aprašysime ratą iš masės centro O spinduliu Oa (atokumas a nuo masės centro), tad visos ašys, kurios eina lygiagrečiai ašiai per masės centrą per rato taškus a_1, a_2, a_3 ir t.t. bus ekvivalentingos iš atžvilgio į svyr. periodą. Vadinasi, kūnas, pakabintas ant kiekvienos iš tų ašių, svyruos tuo pačiu periodu. Jeigu mes nupiešime ratą kitu spinduliu OA, tai ašys,

kurios eina per taškus šito didesniojo rato A, A_1, A_2, A_3 ir t.t. lygiagrečiai tarp savęs ir lygiagrečiai ašiai per masės centrą, irgi turės lygų tarp savęs svyr. periodą, bet jau kitą periodą negu ašys, einančios per mažesniojo rato apskritimo taškus. Iš


Pieš. 91



Pieš. 92

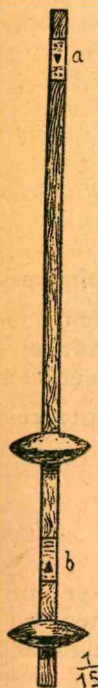
$l = \frac{J}{a \cdot m} + a$ seka, kad kūno svyr. centras randasi per $\frac{I}{a \cdot m}$ ilgio vienetų toliau negu atokumas a tarp masės centro ir ašies. Tegu 92 piešiny (kirtimas per kūno masės centrą) A reiškia tašką, per kurį eina ašis, O—kūno masės centrą ir S—svyruojamąjį centrą. Kas bus, jeigu mes svyr. ašį nubrėšime per svyr. centrą S lygiagrečiai pirmykščiai ašiai per A. Aišku, kad čia atokumai $\frac{I}{a \cdot m}$ ir a, taip sakant, pesikeis savo vietomis, ir naujosios matematinės švytuoklės ilgiui l_1 mes turėsime reiškinį

$$\frac{J}{\frac{J}{a \cdot m} \cdot m} + \frac{J}{a \cdot m} = a + \frac{J}{a \cdot m} = l.$$

Taigi kūnas, svyruodamas ant ašies, einančios per tašką S, turės tą patį svyr. periodą. Todel abidvi ašys, einančios per tašką A ir tašką S, vadinasi jungtinės (arba sujungtos) ašys, nes kiekvienai iš tų ašių svyr. periodas bus tas pats. Jeigu mes dabar iš masės centro nupiešime 2 koncentrinius ratus spinduliais AO $= a$ ir OS $= \frac{J}{a \cdot m}$, tad aišku, kad visoms ašims, kurios eina per mažesniojo rato apskritimo taškus ir didesniojo rato apskritimo taškus, lygiagrečiai tarp savęs, svyr. periodas bus tas pats. Padėjus ašį kur nors tarp šitų dviejų ratų, kūnas svyruos greičiau. Padėjus ašį vidury mažesnio rato arba didesniojo rato išorėje, jis svyruos pamažiau. Iš to, kas anksčiau pasakyta, aišku, kad sandauga iš bet kurio porio tokių dviejų ratų spindulių bus pastovus dydis, ir padauginta dar iš kūno masės, ta sandauga duos mums kūno inercijos momentą. Taigi šitie trys taškai: A (per kurį eina ašis), O (kūno masės centras) ir S (kūno svyr. centras) turi pamatinės reikšmės, ne tik sprendžiant svyravimo dalykus, bet bendrai svarstant statinį ir dinaminį kūno elgesį Mes, taip sakant, galime padalyti visą kūno masę į dvi dali: vieną sukoncentruotą taške A ir lygią $\frac{\frac{m \cdot J}{a \cdot m}}{\frac{J}{a \cdot m} + a}$, antrąją sukoncentruotą taške S ir lygią $\frac{m \cdot a}{\frac{J}{a \cdot m} + a}$, taip kad masės centras pasilieka taške O.

50 §. Apverčiamoji Katerio Švytuoklė.

Tegu sukimo atstojamasai spindulys bet kokiai fizinei švytuoklei bus r, atokumas tarp tos fizinės švytuoklės masės centro ir svyruojamosios ašies bus a ir atokumas tarp josios masės centro ir svyr. centro bus b. Tad inercijos momentas tos fizinės švytuoklės iš atžvilgio į ašį, einančią per masės centrą, bus $m \cdot r^2$, iš atžvilgio į svyr. ašį bus $m(r^2+a^2)$ ir iš atžv. į ašį, einančią per svyr. centrą, bus $m \cdot (r^2+b^2)$. Svyruojamasai laikas ašiai bus $t_1 = \pi \sqrt{\frac{m \cdot (r^2 + a^2)}{m \cdot g \cdot a}}$, svyr. laikas ašiai, einančiai per svyr. centrą, bus $t_2 = \pi \sqrt{\frac{m \cdot (r^2 + b^2)}{m \cdot g \cdot b}}$. Kadangi $t_1 = t_2$, tai $\frac{r^2 + a^2}{a} = \frac{r^2 + b^2}{b}$. Iš čia išeina, kad $r^2 = a \cdot b$. Pakeitę formulose t_1 -ui ir t_2 -ui r^2-į lygiu jam dydžiu $a \cdot b$, mes turėsime $\pi \sqrt{\frac{ab + a^2}{ga}} = \pi \sqrt{\frac{ab + b^2}{gb}}$, arba $\pi \sqrt{\frac{a+b}{g}} = \pi \sqrt{\frac{a+b}{g}}$.


Pieš. 93

Taigi matematinės švytuoklės, tokiu pat svyruojamuoju laiku kaip fizinė švytuoklė, ilgis bus $a + b$, vadinasi, atokumas tarp svyr. ašies ir svyr. centro. Remdamiesi šituo, mes kiekvienai fizinei švytuoklei galime surasti atatinkamą jai matematinės švytuoklės ilgį ir apskaityti, koksai turi būti ilgis sekundinei matematinei švytuoklei. Svarbus teorijai ir praktikai švytuoklės pritaikinimas matuojant žemės traukos jėgą arbą greitėjimą g, kurį suteikia žemė, fiziniams kūnams krintant. Turėdami sekundinę švytuoklę (svyr. laikas lygus vienai sekundai), mes galime parašyti, kad $g = \pi^2 \cdot l$. Tokiam tikslui vartojama vadinamoji Bohnenbergerio arba Katerio apverčiama švytuoklė (vókietis ir anglas, kurie tuo pačiu laiku nustatė šitą priemonę). 93-sai piešinys atvaizduoja tokią apverčiamą švytuoklę. Tai yra plokščias keturkampis metalinis stiebas su dviem prizmom a ir b, kurių briaunos atkreiptos į priešingi pusi taip, kad tokia švytuoklė galima pakabinti ant vienos arba ant antros prizmos. Be to, ant stiebo užmautos dvi linzės (2 metalinės masės), kurios galima pastumti augščiau arba žemiau ir tuo būdu pakeisti švytuoklės masės centro padėtis. Taip elgdamiesi, mes atsieksime tokią švytuoklės masės centro padėtį, kuria švytuoklė svyruos tuo pačiu laiku, vis tiek, ar ji bus pakabinta ant vienos prizmos ar ant antros. Tada atatinkama tai švytuoklei matematinė švytuoklė turės ilgį, lygų sumai atokumų abiejų prizmų briaunų nuo masės centro. Tuo būdu galima surast matematinės švytuoklės ilgis, kurios svyravimo laikas bus lygus vienai sekundai. Tokia švytuokle ir buvo galutinai konstantuotas faktas, kad žemės greitėjimas g pareina nuo geografinės platumos ir yra išdava iš žemės susiplojimo išilgai ašigalio skersmens bei žemės išcentrinės jėgos, kuri pasiekia maksimą ant pusiaujo ir mažėja, artinantis į ašigalį.

51 §. Balistinė švytuoklė.

Pažymėsime čia dar trumpai, kad fizine švytuokle galima pasinaudoti nustatyti greitumui sviestų kūnų, pav., kulipkos, iššautos iš šautuvo. Tokiu atveju švytuoklė vadinasi balistinė. Tai yra stora sunki lenta, pasyta už dviejų raikščių. Tegu kulipkos masė bus m ir jos greitumas v. Kulipka, ištikusi lentą, suteiks jai tam tikrą judamąjį momentą, ir lenta atsilenks iš savo pusiausvyros padėties. Iš jos atsilenkimo kampo, kuris galima išmatuoti, galima apskaityti tos lentos masės centro statinis pakilimas h. Tad bendras greitumas lentos ir kulipkos po jų susitikimo $v_1 = \sqrt{2gh}$, be to, $m \cdot v = (m + m_1) \cdot v_1$. Iš tų dviejų lygčių galima apskaityti kulipkos greitumas v.

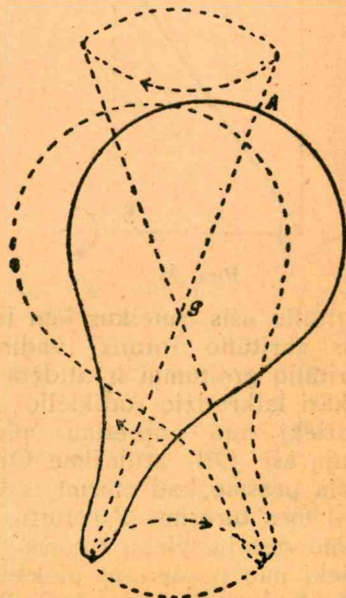
V. Girostatiniai reiškiniai.

52 §. Skritūlis.

Sukimai, kampiniai greitumai ir greitėjimai, sukamieji momentai ir jėgų poriai yra vektoriniai dydžiai, su kuriais manipuliuojama taip pat, kaip ir su kitais vektoriniais dydžiais taip, kad keletas kampinių greitumų galima pakeisti vienu atstojamuoju, arba koks nors kampinis greitumas išskaidyti į keletą komponentų, einant paralelogramo dėsniu. Vadinsime šituos vektorinius dydžius rotoriais. Kiekvienas rotoris galima atvaizduoti liniją išilgai tos ašies, apie kurią rotoriai sukasi taip, kad sukimas, žiūrint išilgai rotorio, visuomet būtų iš kairės į dešinę pusę, kaip eina laikrodžio rodiklėliai. Linijos, žinoma, reikia imti proporcingai rotorių didumams.

Kiekvienas kūnas, kuris sukasi apie savo simetrijos ašį, einančią per jo masės centrą, priešinasi kiekvienai pastangai pakeisti šitą jo sukimosi ašį. Jeigu, sakysime, smagratis blogai centruotas, tai išcentrinės jėgos iš skersmeniškai priešingų smagračio dalių bus nevienodos, ir smagratis stengsis priimti tokią padėtį, kad suktųsi apie simetrijos ašį, vadinasi, apie tokią ašį, dėliai kurios išcentrinės jėgos ir inercijos momentai iš skersmeniškai priešingų dalių yra lygūs. Taigi kaipo išdava bus didelis spaudimas smagračio ašies į josios guolius, smagratis suksis, smarkiai svyruodamas ir vibruodamas, ir iškreips ir net sulaužys guolių šulus, nekalbant jau apie tai, kad del nevienodumo išcentrinių jėgų gali jis sudužti. Taigi šiandieninėj technikoj, kur mes turime labai didelius kampinius greitumus, kaip antai, turbinuose, kurių ašis apsisuka 10.000 kartų per minutę, sukančiųsi dalių centravimas yra be galo svarbus dalykas. Kitas pavyzdys. Jeigu garvežio svyruoklis neatsvertas tinkamai tam tikromis masėmis ant garvežio ratų, tai kiekvienas traukinio keleivis pajus tatai, nes garvežis ir vagonai eis ne lėtai, bet pašuokoms, tarytum, trukčiojami atskirų jėgos impulsų įtakoje taip, kad labai nemaloniai kratys, del tos priežasties, kad garvežio ratų ašys stengsis pasisukti į tokią padėtį, kad taptų simetrijos ašimi. Taigi sukančiųsi kūnų ypatybės turi didelės praktikos reikšmės, nekalbant jau apie reikšmę tų ypatybių suprasti astronominiams, geologiniams ir tokiems fiziniams reiškiniams, kaip kad šviesos polarizacija ir elektromagnetizmo reiškiniai.

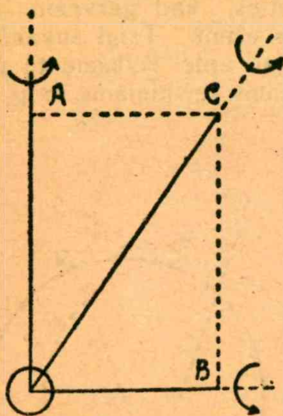
Norint susipažinti su sukančiųsi kūnų ypatybėmis ir surasti tų ypatybių dėsnius, galima pasinaudoti nuo kelių tūkstančių metų jau žinomu žaislu, skritūliu (arba vilkeliu). Skritūliu mes galime pavadinti kiekvieną kūną, kuris sukasi, skrieja. Bet paprastai juo (žiūr. 94 pieš.) mes vadiname kūną, ropės arba net kūgio pavidalo, kuris sukasi apie savo simetrijos ašį, atsirėmęs į stalą arba grindis savo smaigaliu arba koja, taip kad jo masės centras randasi augščiau negu paramos taškas. Kada paramos taškas ir masės centras sutampa, tai skritūlis, taip sakant, su vienodu pasiryžimu ir lengvumu sukasi bet kurioj padėty ir visuomet taip, kad jo ašis, einanti per masės centrą, eina lygiagrečiai žemės ašiai ir rodo į ašigalio žvaigždę. Taip pat ir rutulys vienodu lengvumu sukas apie bet kurį savo skersmenį, nes kiekvienas jo skersmuo yra simetrijos ašis. Bet grįšim prie paprasto mūsų vaikų skritūlio. Smarkiai užsukę tokį skritūlį ir paleidę jį ant lygaus stalo, mes pastebėsime šiokių dalykų. Jeigu jis pakankamai greitai sukasi, tai, paleistas nuožulniai, jis išsities ir kurį laiką suksis stovėdamas stačiai, «užmigs», kaip sako anglai, bet vėliau, mažėjant jo sukimosi greitumui jis vis labiau ir labiau savo ašimi artinsis prie gulstinos linijos, bet tuo pačiu



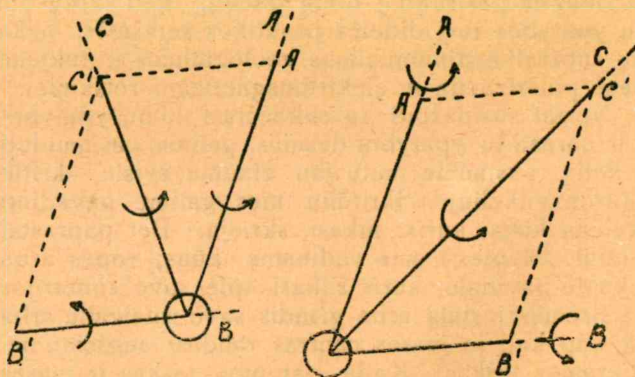
Pieš. 94

laiku jo ašis irgi ims suktis, aprašydama kūgio paviršių, kurio viršūnė bus masės centre G, o jo koja aprašys irgi kūgio paviršių su viršūne tam pačiam masės centre G (žiūr. 94 pieš.). Taigi mes turėsime sukimąsi apie ašį ir dar tos ašies sukimąsi kūgio paviršium. Šitas paskutinis sukimasis vadinasi precesija ir eina visuomet ta pačia prasme, kuria sukasi pats skritūlis apie savo ašį, jeigu tik jo masės centras yra augščiau jo paramos taško. Tais atvejais, kada masės centras yra žemiau paramos taško, vadinasi, kada mes turime skritūlį pastovios pusiausvyros padėty, jo precesija eina į priešingą pusę, vadinasi, jeigu skritūlis apie savo ašį sukasi iš kairės į dešinę, tai precesija eina iš dešinės į kairę. Pagaliau, mažėjant skritūlio greitumui, skritūlis, svorio jėgos lenkiamas žemyn, pargrius, bet jo precesija, griūvant, bus smarkių smarkiausia.

Kita eilė pastabų, kurių galima pastebėt greitai sukantis skritūliui, yra šie: užsukę skritulį mes galime pastatyti jį ant delno arba ant piršto galo, ant kurio jis laikysis stačiai, kol suksis pakankamai greitai, bet ant kurio jis laikysis ir nuožulniai, tiktai vis smarkiau ir smarkiau precesuodamas. Galų gale, žinoma, jis nudribs nuo piršto. Paleisime tokį skritūlį vėl ant stalo ir pamėginsime pastumt jį, sakysime, į dešinę pusę (pieš. 95), žodžiu sakant, suteiksime jam sukamąjį momentą apie ašį, kuri eina statmenai popieriaus plokščiai. Jis neatsilenks nei į kairę nei į dešinę pusę, bet statmenai plokščiai nubrėžtai per jo ašį ir suteiktą mūsų sukamuoju momentu naują ašį į priekšę nuo popieriaus plokšties. Gavęs impulsą į kairę pusę, jis atsilenks ne į kairę ir ne į dešinę pusę, bet atgal nuo popieriaus plokšties. Suteiktas impulsą į priekį nuo popiertaus plokšties jis atsilenks į dešinę pusę, ir suteiktas impulsą atgal nuo popieriaus plokšties, jis atsilenks į kairę pusę. Bendra išvada toki, kad skritūlis visuomet atsilenkia statmenai plokščiai, nubrėžtai per jo sukimosi ašį ir per naują suteikto sukamojo momento ašį. 95 ir 96 piešiniai ilustruoja tai, kas čia pasakyta, ir rodo, kuriuo būdu galima visuomet įspėti, į kurią pusę atsilenks



Pieš. 95



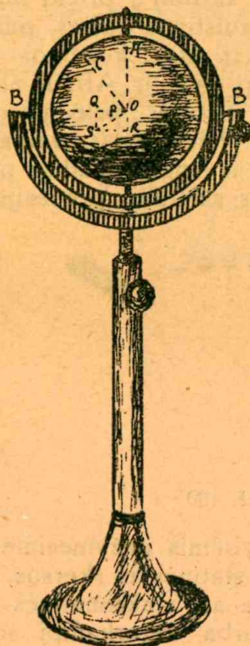
Pieš. 96

skritūlio ašis, suteikus jam tą ar kitą naują sukamąjį momentą. Tegu OA (95 pieš.) bus skritūlio rotoris (vadinasi, linija OA iš atžvilgio į josios ilgį proporcinga skritūlio greitumui ir atidėta išilgai jo ašies). Iešmelis prie A rodo, kad skritūlis sukasi laikrodžio rodiklėlio prasme. Pasistengsime dabar atlenkti skritūlio ašį OA į priekį nuo popieriaus plokšties, kitaip sakant, pasistengsime pasukti jį apie naują ašį OB, atidėsime OB proporcingą šitam naujam sukamajam momentui ir tokia prasme, kad žiūrint iš O į B, sukimas būtų vėl laikrodžio rodiklėlio prasme. Tad mes turėsime 2 rotorių, OA ir OB, kuriuos galime pakeisti, eidami lygiagretainio dėsniu, vienu rotoriu OC. Vadinasi, pamėginus atlenkti skritūlio ašį OA į priekį nuo popieriaus plokšties, toji ašis atsilenks į dešinę pusę ir užims padėtį OC taip, kad žiūrint iš O į C, skritūlis suksis laikrodžio rodiklėlio prasme. 96 piešinys iš kairės pusės rodo, kad ašis skritūlio OA atsilenks į kairę pusę, jeigu mes pasistengsime atlenkti ją į užpakalį nuo popieriaus plokšties. Diagrama savaime aiški

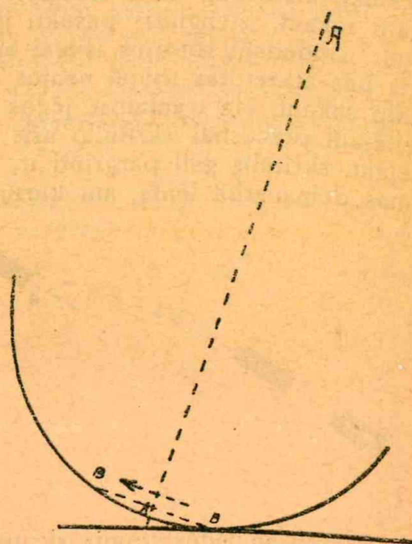
ir panašią konstrukciją mes galime pritaikinti prie visokių pastangų pakeisti skritūlio ašies linkmę ir iš anksto įspėti, kaip skritūlis tokiais atvejais elgsis. Išvada iš panašių tyrinėjimų yra tokia: smarkiai užsukę ir pasistatę ant delno skritūlį, mes nepajusime iš jo pusės jokio pasipriešinimo, jeigu mes savo ranka suteiksime skritūliui tokią translaciją, kuria jojo sukimosi ašis pasilieka sau lygiagretė. Bet kiekviena pastanga šiaip ar taip palenkti skritūlį susitinka su griežta iš jo pusės reakcija, kuri apsireiškia tuo, kad skritūlio sukimosi ašies padėtis mainosi ta prasme, kad nusistatytų lygiagrečiai naujo suteikto sukamojo momento ašiai ir suktųsi visuomet pagal laikrodžio rodiklėlį. Šitas dėsnis aiškiai atsako į klausimą, kaip pakryps skritūlis, jeigu pamėginsime šiaip ar taip palenkti ašį.

97 piešinys rodo skritūlį, nustatytą dviem judamai sujungtom grindim taip, kad skritūlis gali suktis ka:p apie statinę, taip ir apie gulstiną ašį. Tai yra Kardano pakabinimo būdas, vartojamas jūrininkų kompasui. Toksai skritūlis vadinasi girostatas. 98 piešinys rodo tokį pat girostatą, kuriame skritūlis yra ne skritūlio, bet rutulio pavidalo. Pasigaunant tokio girostato galima patikrinti viršiau nustatyti dėsniai. Paėmus tokį girostatą į ranką ir sukant jį, skritūlio ašis visuomet nusistato


Pieš. 97



Pieš. 98



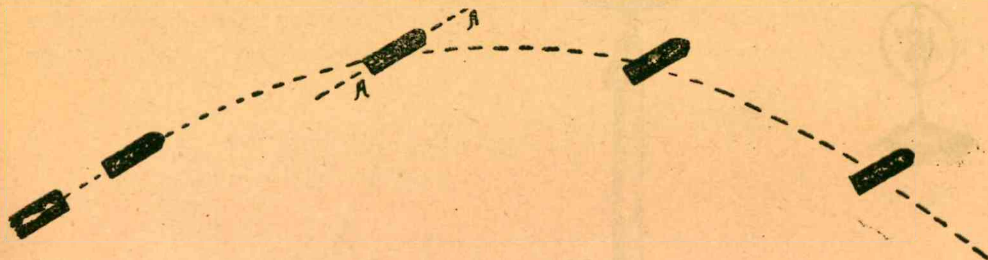
Pieš. 99

lygiagrečiai sukimo ašiai, ir pasisukus į priešingą pusę, skritūlis net apsiverčia, kad visuomet suktųsi pagal laikrodžio rodiklėlį. Jeigu suteiksim girostato skritūliui, kaip rodo 98 piešinys, tuo pačiu laiku du suktiniu momentu apie ašį AA (vektorius OQ taškui P) ir apie ašį BB (vektorius OR taškui P), tai skritūlis iš tikrųjų suksis apie naują ašį OC (vektorius OS taškui P).

Precesija arba svyravimas paprasto skritūlio ašies kūgio paviršiumi (žiūr. 94 pieš.) yra išdava skritūlio pastangų nusistatyti savo ašimi lygiagrečiai naujo sukamojo momento ašiai. Paleidę skritūlį ant stalo, mes matome, kad jis iš pradžios nusistato stačiai ir kurį laiką sukasi taip nusistatęs. Del svorio jėgos įtakos ir del trynimosi, mažėjant jo kinetinei energijai, skritūlio ašis užima vis nuožulnesnę ir nuožulnesnę padėtį, ir tuo pačiu laiku jojo ašis aprašo kūgį vis didesnio ir didesnio rato, net kol skritūlis pargrius. Paprastam skritūliui, kaip jau anksčiau pasakyta, precesijos linkmė sutampa su skritūlio sukimosi linkme, tai yra su aikrodžio ro diklėlio sukimusi. Svorio jėga artina skritūlio ašį AA (žiūr. 94

pieš.) prie gulstinos padėties, vadinasi, stengiasi pasukti skritūlį apie ašį, kuri eina per tašką A statmenai popieriaus plokščiai. Eidamas viršiau nustatytų dėsnių, skritūlis atsilenks statmenai plokščiai, einančiai per ašį AA ir per naują ašį, ir tasai atsilenkimas ir vadinasi precesija. Kiekvienoj naujoj skritūlio padėty veikia ta pati svorio jėga, ir skritūlis atsilenkia visuomet taip, kad jis sukasi svyruodamas, kitaip sakant, jo ašis aprašo kūgio paviršių. Kad greitumas precesijos auga, mažėjant skritūlio sukimosi greitumui, suprantama, nes tai reiškia, kad mažėja rotoris išilgai skritūlio ašies AA, augant svorio rotoriui, ir, kaipo išdava, auga kūgio kampas ir precesijos greitumas.

Kodel nuožulniai paleistas ant stalo pakankamai greitai skritūlis nusistato stačiai ir kurį laiką taip sukasi? Faktinai skritūlio koja nėra taškas, bet rutulio paviršiaus dalis. Kaip rodo 94 piešinys, skritūliui precesuojant, jo koja aprašo ratą ant stalo. Taigi mes čia turime trynimosi momentą, kuris naikina kinetinę skritūlio energiją. Makroskopiškai mes galime atvaizduoti skritūlio koją kaipo dalį sferos (žiūr. 99 pieš.). Kojos parama yra taške B, kuris nesueina su skritūlio ašimi AA, bet randasi nedideliam rate BB, kuris trinasi į stalą. Trynimo jėga sudaro naują sukamąjį momentą, kuris stengiasi paversti skritūlį į priekį nuo popieriaus plokšties, kitaip sakant, stengiasi pasukti jį išilgai gulstinos ašies, pažymėtos piešiny tiršta linija. Sudedant rotorius išilgai ašies AA ir šitos gulstinos ašies, atstojamasai rotoris bus atkreiptas išilgai naujos ašies tarp AA ir AB, ir skritūlis atsistos stačiai, kitaip sakant, čia trynimosi jėgos rotoris prisidės prie precesijos pagreitinimo, o greitėjant precesijai skritūlio ašis tiesiasi. Kiekvienas vaikas žino, kad precesijai lėtėjant, skritūlis gali pargriūti ir, kad šito išvengtų, vaikas padeda precesijai, sukdamas delną arba lentą, ant kurių paleistas skrítūlis, precesijos prasme.



Pieš. 100

Sąryšy su išdėstytomis skritūlio ypatybėmis pažymėsime čia, kad iš trijų kūno ašių, einančių per masės centrą, išilginės, statinės ir skersos, greitai pasuktas kūnas dažniausiai nusistato taip, kad suktųsi apie ašį maksimalinės simetrijos. Jeigu mes ant siūlo galo pakabinsime cilinderišką arba keturkampį stiebą arba skritulį, tai, sukant siūlą, stiebas ir skritulys ima svyruoti ir pagaliau nusistato taip, kad suktųsi apie statinę ašį, kuri eina per stiebo arba skritulio masės centrą statmenai stiebo ilgiui ir skritulio skersmeniui. Žodžiu sakant, ir stiebas ir skritulys nusistato gulstinai, o jų sukimosi ašis statinai. Taip pat elipsoidiškas akmuo arba virtas kiaušinis smarkiai pasukti atsistoja stačiai ant vieno savo galo, kiaušinis ant smailiojo galo ir sukasi kurį laiką apie statinę ašį. Sąryšy su tuo, kiekvienas kūnas sukamas stengiasi atsistoti į tokią padėtį, kad suktųsi apie didžiausios savo simetrijos ašį, ir jeigu veikia jėgos prieš tokią pastangą, tai kūnas ims svyruoti (precesija).

Skritūlio ypatybės turi didžiausios reikšmės mokslo ir technikos atžvilgiu. Sukami dujiniai, skysti ir minkšti kūnai įgyja kietų kūnų ypatybes, ir, remdamasis šituo, William'as Thomson'as, kuris užvis labiau prisidėjo prie skritūlio teorijos išdirbimo, sukūrė atomų viesulų teoriją ir kietų kūnų teoriją. Žemės ir kitų planetų ašies svyravimai buvo galutinai išaiškinti ir suprasti, remiantis tik skritūlio teorija. Šiandien skritūlio teorija aiškinami elektro-magnetiniai reiškiniai ir šviesos polarizacija.

Kiekvienam keistai gal atrodys tas faktas, kad visi sukami kūnai, ratai, smagračiai ir t.t. visuomet stengiasi nusistatyti taip, kad jų sukimosi ašis eitų lygiagrečiai že-

mės sukimosi ašiai, ir girostato skritūlis kardaniškai pakabintas visuomet nusistato taip, kad jo ašis eina lygiagrečiai žemės ašiai, rodydama į šiaurės ašigalio žvaigždę, taip, kad tokiu girostatu galima naudotis vietoj jūrininkų kompaso, kas šiandien jau yra daroma. Savaime aišku kad girostatu galima pasinaudoti, norint demonstruoti kiekvienam žemės sukimąsi apie savo ašį, nes skritūlio ašis visuomet rodys į ašigalio žvaigždę, nepaisant to, kad kiti gretimieji kūnai bus naujoj padėty iš atžvilgio į ašigalio žvaigždę.

100 piešinys rodo, kokios reikšmės turi šovinio sukimasis. Toksai šovinys, iššautas iš patrankos, nelyginant kaip skritūlis, palaiko ant trajektorijos savo sukimosi ašies linkmę, ir tiktai tas faktas padeda artileristams iš anksto numatyti, kuriuo galu ir kuria linkme suduos šovinys. Taigi šoviniui sprogstamoji medžiaga suteikia dar patrankos tūtoje ne tik tam tikrą translacijos greitumą, bet ir tam tikrą sukamąjį momentą.

Pagaliau pažymėsime čia dar pastangas pritaikinti skritūlį garlaiviuose, eliminuoti nemaloniam daugumui žmonių garlaivio supimuisi, lygiai kaip ir palaikyti pusiausvyroj vežimui arba vagonui su ratu arba ratais vienoj linijoj ant vieno bėgio (Brenano vienabėgis arba vienarelsis vagonas). Tokiame vagone randasi du masingi skritūliai, kurie labai greitai sukasi į priešingas puses ant gulstinų ašių, kurios eina skersai vagono. Tokių dviejų skritūlių kombinacija daro vagono padėtį ant vieno bėgio daug pastovesnę negu paprastų mūsų vagonų padėtis ant dviejų bėgių. Taigi yra galimumo ateity apsieiti su vienabėgiais gelžkeliais, ir tuo būdu sutaupyti daug medžiagos ir lėšų.



Uždaviniai iš dinamikos.

Geriau suprasti pagrindiniams mechanikos dėsniams, studentams patariama išspręsti visus žemiau paduotus uždavinius.

1. Kulipka iššauta stačiai augštyn su pradžios greitumu 487,68 metrų. Surasti, kokį augštą pasieks kulipka ir per kiek laiko ji nudribs ant žemės?

Atsak. 12192 metr; 100 sekundų.

2. Iš patrankos iššauta gulsčiai 3,05 metrų augštumo ant ežero. Po kiek laiko šovinys suduos į vandenį?

Atsak. Per $\frac{1}{4}\sqrt{10}$ sekundų.

3. Nuo viršūnės uolos 121,92 mtr. augšto paleidžiamas iš rankos akmuo. Tuo pačiu laiku kitas akmuo metamas stačiai augštyn nuo uolos bazės su pakankamu greitumu, kad jis galėtų pakilti sulig uolos viršūne. Kada ir kur tie akmenys susitiks?

Atsak. Per 2,5 sekundų; 30,48 mtr. nuo uolos viršūnės.

4. Traukinys bėga 80,467 klm. greitumo per valandą. Keleivis išsikišęs iš lango meta stačiai augštyn nedidelį rutulį suteikdamas jam greitumą 9,81 metrų per sekundą. Kas darosi su rutuliu ir per kiek laiko rutulys nudribs atgal ant keleivio rankos?

Atsak. Pakilęs augštyn ant 4,9 mtr. ir nupiešęs parabolą taip, kad visuomet rastųsi stačiai ties keleivio ranka, rutulys, per 2 sekundas nudribs atgal į keleivio rankas, atlikęs gulsčią kelią apie 45,72 mtr.

5. Geležinė dėžė (liftas) slenka žemyn šachtoje. Slenkant lyno įtempimas yra lygus 90,718 klgr. Ramybės padėty tas įtempimas yra lygus 102,058 klgr. Per kiek laiko dėžė nuslinks žemyn 30,48 mtr., skaitant nuo judėjimo pradžios?

Atsak. Per 7,5 sekund.

6. Šautuvas, kuris sveria 5,443 klgr. iššovė kulipką, sveriančią 42,52 gramų. Koksai kulipkos greitumas, jeigu šautuvo atatrankos greitumas yra lygus 396,24 cm.?

Atsak. 507,2 metrų.

7. Surasti atliktas kelias, slinkimo (judėjimo) laikas ir pasiektas augštis šovinio, kuris iššautas nuožulnia kryptimi, sudarančia kampą su horizontu 45^0, su pradžios greitumu 304,8 mtr.?

Atsak. Atliktas kelias 2,381 kilometrų; slinkimo laikas 44,2 sekund.; pakilimas 9,53 metrų.

8. Eilė dalelių slenka žemyn įvairiomis chordomis stačiai pastatyto rato susitikdamos žemiausiame rato taške. Kokie tų dalelių greitumai ir judėjimų laikai?

Atsak. Greitumai proporcingi chordoms, o judėjimų laikai tie patys.

9. Kulipka, sverianti 42,52 gramų, pririšta prie siūlo galo, kurio ilgis lygus 152,4 cm. Šito siūlo stiprumas toks, kad jis gali ištūrėti daugiausia 25 klgr. Paėmus

siūlą už kito galo ir sukant jį vis smarkiau ir smarkiau jis pagaliau trūksta. Surasti, koksai kulipkos sukimo greitumas pertraukia siūlą?

Atsak. 24,7 apsisukimai per sekundą.

10. Išrodyti, kad, planetoms aprašant įtakoje gravitacijos (traukos jėgos) ratus apie saulę, santykis kūbų jų atokumų (tolumų) nuo saulės ir kvadratų jų periodų (apsisukimo laikų) yra pastovus dydis. Kaip, išeinant iš šito dėsnio, galima apskaityti saulės masė, paėmus žemės masę per vienetą?

11. Koksai bus žemės greitėjimas g tokioj vietoj, kur paprasta (matematinė) švytuoklė 213,36 cm. ilgio atlieka vieną pilną svyravimą per 5 sekundas?

Atsak. 936,6 cm.

12. 6 jėgos veikia tašką, sudarydamos viena su kita kampą 60^0. Tų jėgų didumas iš eilės 4, 6, 5, 1, 10, 7. Surasti geometrinio braižymo keliu didumą ir linkmę atstojamosios jėgos.

Atsak. $\sqrt{31} = 5{,}57$.

13. Trys jėgos, kurių didumas 10, 10, 36, veikia tašką sudarydamos kampą viena su kita 120^0. Surasti atstojamąją jėgą.

Atsak. 26 išilgai (lygiagrečiai) didžiausios jėgos.

14. Svoris, lygus centneriui, užkabintas ant dviejų kablių prie lubų su pagalba dviejų šniūrų, iš kurių vienas šniūras turi ilgį lygų atokumui tarp kablių ir yra 3 sykius ilgesnis, kaip kitas šniūras. Surasti geometrijos konstrukcijos keliu įtempimas kiekvieno šniūro.

Atsak. Įtempimas ilgesnio šniūro 18,4 svarų, o trumpesnio 98,6 svarų.

15. Svoris, lygus 42 svarams, subalansuotos ant dviejų nuožulniai pastatytų stiebų (lazdų), kurių viršūnės susiduria svorio apačioj ant 1,83 mtr. augšto, skaitant nuo grindų (žemės). Viena iš tų lazdų palaiko 36 svarus, o kita 20 svarų. Surasti geometrijos konstrukcijos keliu ilgis kiekvienos lazdos.

Atsak. 2,23 ir 3,54 mtr.

16. Du vaikai atsisėdę ant galų lentos, po kuria pakištas rąsčiukas, supasi. Lentos ilgis 3,05 mtr.; jos svoris 63,5 sv. Atspara rąsto yra lygi 2 centneriams (ant rąsto veikia 2 centnerių jėga). Vieno vaiko atokumas nuo rąsto yra lygus 1,2 mtr. Surasti, kiek sveria vaikai?

Atsak. 89,7 ir 46,8 svarų.

17. Vienodo per visą savo ilgį skerskrodžio ploto lazda sveria 2 klgr.. Ant jos vieno galo užmauta masė 6 klgr., o ant kito galo 9 klgr.. Visos tos sistemos masės centras (svarumo centras) randasi 22,8 cm. atokumo nuo lazdos vidurio. Koksai lazdos ilgis?

Atsak. 2,59 mtr.

18. Per skridinį, kuris sukasi be trynimo, permestas plonas siūlas, prie kurio galų prikabinti svoriai 482 gr. ir 425,25 gr.. Apskaityti siūlo įtempimas ir abiejų masių greitėjimas.

Atsak. 451,9 gramų: 61 cm. per sekundą sekunda.

19. Surasti masės centro padėtis lengvų, kvadrato pavidalo, rėmų, kurių šonas yra lygus 15,18 cm., prikabinus prie keturių rėmų kampų svorius, proporcingus 5,2,7,4

Atsak. Atokumo 9,27 cm. nuo šono, prie kurio galų prikabinti du pirmieji svoriai, ir vienodo atokumo nuo tų abiejų svorių.

20. Kopėčios, kurios sveria 0,5 centnerio ir kurių ilgis 9,14 mtr. pristatytos prie sienos lygaus paviršio taip, kad apatinis kopėčių galas randasi 4,57 mtr. atokumo nuo sienos. Surasti kopėčių spaudimas į sieną ir į žemę, žinant, kad kopėčių masės centras randasi atokumo $^1/_3$ dalies kopėčių ilgio, skaitant nuo žemės.

Atsak. Gulsčias spaudimas 9,78 svarų; statinis spaudimas 50,8 svarų ir atstojamasai spaudimas į žemę apie 51,7 svarų.

21. Kas tai yra inercijos momentas? Surasti laikas, per kurį kietas masingas cilinderis nuriedės nuo nuožulnios plokštumos, kuri sudaro kampą 30^0 su horizontu ir kurios ilgis yra lygus 6,1 mtr.. Cilinderio inercijos momentas yra lygus $\frac{1}{2}$ m r^2.

Atsak. Apie 2 sekundas.

22. Kas tai yra svyravimo centras svyruojančio kieto kūno? Surasti to centro padėtį del vienodo per visą ilgį skerskrodžio ploto stiebo, kuris svyruoja apie vieną savo galą skaitant jo inercijos momentą šiame atvejuje $\frac{1}{3}$ mr ^{2}.

Atsak. $^2/_3$ stiebo ilgio, skaitant nuo svyravimo ašies.

23. Trys stiebai be svorio sunerti savo galais ir dviem savo laisvais galais užkabinti už kablių ant lubų. Ant vidurinio stiebo bet kokioj vietoj užkabinamas svoris. Surasti, kokią konfigūraciją priims šita sistema pusiausvyros padėty ir parodyti, kaip konstrukcijos keliu galima surasti įtempimas abiejų neapsunkintų svorių stiebų?

Atsak. Statinė linija per svorį turi pereiti per persikirtimą abiejų linijų, išilgai kurio nusistato abudu neapsunkinti stiebai.

24. Ant tam tikro šiurkštumo nuožulnios plokštumos uždėtas svoris. Surasti konstrukcijos keliu mažiausią jėgą, reikalingą tam, kad trauktų augštyn svorį išilgai plokštumos, ir parodyti kampą, kuriuo ta jėga turi veikti. Pagaliau surasti, kiek reikia pakelti augštyn plokštumą (atlenkti augštyn), kad svoris imtų šliaužti žemyn.

Atsak. Jėga turi sudaryti su plokštuma kampą, kuris yra lygus plokštumos kampui su horizontu.

25. Keturkampė (stačiakampė) sija, kuri sveria 20 svarų ir kurios ketvirtainės bazės šonas yra lygus 20,24 cm., pastatyta ant lygaus stalo. Gulsčia jėga lygi 5 svarams, jeigu ją pridėti žemiau tam tikro sijos taško pakanka, kad sija imtų šliaužti. Jeigu gi tą jėgą pridėti augščiau minėto taško, sija apsiverčia ant kito šono. Surasti padėtis šito taško ir trynimo koeficientas tarp sijos ir stalo.

Atsak. 40,48 cm.; $\frac{1}{4}$.

26. Masė, lygi 1,361 klgr., pakabinta ant vieno galo šniūro, permesto per skridinį, kuris pritrauktas prie stalo briaunos. Kitas to šniūro galas prikabintas prie masės 7,711 klgr., padėtos ant visiškai lygaus stalo. Nurodytomis sąlygomis didžioji masė slenka išilgai stalo. Surasti greitėjimas ir kelias atliktas per 5 sekundas.

Atsak. 146,3 cm.; 18,29 metrų.

27. Surasti įtempimas lankstaus lyno, kuris permestas per kilnojamąjį skridinį su užkabintu ant jo ienų svoriu 9,072 klgr.. Prie laisvo gi lyno galo prikabintas svoris 5,443 klgr.. Be to, surasti greitėjimas augštyn svorio 9,072 klgr., nesiskaitant su skridinio ir lyno masėmis.

Atsak. Įtempimas 4,803 klgr.; greitėjimas $\frac{1}{17}$ g.

28. Rutulys, nudribęs nuo augšto 4,88 metrų ant akmens plytos (akmens lentos), atšoka pirmą sykį iki augšto 2,74 metrų. Koks čia atitaisymo koeficientas (restitucijos koeficientas), nesiskaitant su oro pasipriešinimu? Ir kaip augštai pakils rutulys atšokęs antrą sykį? Ir pagaliau surasti visą kelią, kurį teks atlikti rutuliui, pakol jis nurims.

Atsak. Atitaisymo koeficientas $\frac{3}{4}$.

29. Tam tikro ilgio ir vienodas per visą ilgį stiebas svyruoja kaipo švytuoklė apie duotą jame tašką. Surasti ilgis paprastos (matematinės) švytuoklės to paties periodo ir, be to, surasti, kuriame taške turi būti pakabintas stiebas, kad svyravimo laikas būtų minimum. (Inercijos momentas stiebo, kuris svyruoja apie savo centrą, yra $\frac{1}{12}$ ml^2).

Atsak. Pažymėjus raide a atokumą stiebo centro nuo pakabinimo taško, o raide l stiebo ilgį, svyravimo laikas pasieks minimum, kada $a^2 = \frac{1}{12} l^2$.

30. Kokiu būdu galima tiksliai nustatyti žemės greitėjimo g didumą ir kaip šitas dydis mainosi su geografine platuma?

31. Koksai greitėjimo dėsnis veikia kūną, kuris krinta žemyn gilioje šachtoje, žemėje? Per kiek laiko toksai kūnas pasieks žemės centrą, skaitant vidutinį žemės tankumą 5,7? Parodyti, kad šitas laikas visiškai nepriklauso nuo žemės didumo.

Atsak. g yra tiesioginai proporcingas atokumui nuo centro. Per 21 minutę.

32. Smagratis, kuris sveria 7 tonas, sukasi apie gulsčią ašį, kurios diametras yra lygus 0,3048 metrų. Trynimo koeficientas tarp ašies ir pakaklio 0,075. Kiek kilogrametrių darbo eikvojama trynimui per tą laiką, per kurį smagratis padarys 10 apsisukimų?



Turinys.

Įžanga.

I. Kinematika.

II. Dinamika.

III. Statika.



Pastebėtų klaidų atitaisymas.

Pusl. 8, 1 iš ap. eilutėj žodžiai: «akinio plotmėje» reikia pakeisti žodžiais: «toje plotmėje, kur susidaro realus nuo objektyvo vaizdas».

» 10, eilutė 25 iš virš. vietoj «akras» turi būti «aras».

» 15, » 5 atspausdinta AD, reikia AC.

» 28, pieš. 21 linija PC turi sudaryti tiesų kampą su gulsčia linija.

» 28, eilutė 21 po «$AC = P \sin \alpha$» reikia prirašyti: «o jėga $CB = P \cos . \alpha$».

» 29, » 44 po žodžio «kol» reikia įdėti žodis «ne».

» 30, » 7 atspausdinta $M : v$, reikia Mv.

» 32, » 11 atspausdinta «u_2 ir u_2», reikia «u_1 ir u_2».

» 32, » 25 atspausdinta $\frac{m_2 v_1}{m_1}$, reikia — $\frac{m_2 v_1}{m_2}$.

» 33, » 5 iš ap. atspausdinta a, reikia a_1.

» 34, pieš. 25 statmenų viršutiniai galai reikia pažymėti iš eilės raidėmis a_1, b_1, c_1.

» 35, eilutė 7 atspausdinta $\frac{v_0}{g}$, reikia $\frac{v_0^2}{g}$

» 35, » 8 atspausdinta «ši» reikia «iš».

» 35, » 9 iš ap. atspausdinta $b_1\ o_1$, reikia $b_1\ c_1$.

» 38, pieš. 30 reikia iš kairės rėmų pusės parašyti raidė E, iš dešinės F, o apačioj G.

» 40, eilutė 13 atspausdinta $\frac{1\alpha}{289}$ reikia $\frac{1}{289}$.

» 41, pieš. 37 rato centrą reikia pažymėti raide B.

» 42, pieš. 39 taškai S ir B reikia sujungti linija SB.

» 43, eilutė 8 atspausdinta $\frac{T^2}{R^2}$, reikia $\frac{T^2}{R^3}$.

» 45, » 24 atspausdinta «kaitymosi», reikia «keitimosi».

» 63, pieš. 49 taškas, prie kurio prikabintas svoris R, reikia pažymėti raide K.

» 63, pieš. 50 iešmučių galai iš abiejų pusių taško E reikia pažymėti raidėmis F (iš kairės) ir G (iš dešinės).

» 65, pieš. 52 ir 53 prie viršutinės iešmutės turi būti raidė R_1.

» 66, eilutė 25 atspausdinta CB, reikia CE.

» 66, » 9 iš ap. atspausdinta «grįžta į ramybės padėtį», turi būti «nenukrinta ir nenustoja pusiausvyros».

» 69, » 2 atspausdinta «sudarėm», reikia «sudarome».

» 69, » 12 iš ap. atspausdinta «vienos», reikia «vienas».

» 73, » 1 atspausdinta «polispatai», reikia «polispastai».

» 75, » 18 atspausdinta «užsivynios», reikia «nusivynios».

» 78, » 17 iš ap. atspausdinta «parodyto», reikia «neparodyto».

» 79, » 15 atspausdinta $A_1\ C_1\ B_1$, reikia $A_1\ C\ B_1$.

» 83, » 10 iš ap. atspausdinta SB ir SB_1, reikia SQ.

» 83, » 7 iš ap. atspausdinta CAC, reikia CAC_1.

» 83, » 6 iš ap. atspausdinta PBS, reikia PQS.

» 84, » 22 atspausdinta «kada», reikia «kad».

» 86, » 1 atspausdinta «oxoı», reikia «o ir o_1».

» 88, » 13 iš ap. atspausdinta $I = \frac{I_1^2 - t^2}{t_1^2 - t^2}$», reikia $I = \frac{I_1 t^2}{t_1^2 - t_2^2}$

» 89, pieš. 91 atspausdintas atvirkščias.

» 89, pieš. 92 atspausdinta $\frac{K}{aM}$, reikia $\frac{I}{am}$.